

# 联合 NSCT 和 SVD 方法的红外弱小目标复杂背景抑制

吴天爱<sup>1</sup>, 黄树彩<sup>1</sup>, 苑智玮<sup>1</sup>, 吴云荣<sup>2</sup>, 冯 卉<sup>1</sup>

(1.空军工程大学 防空反导学院, 陕西 西安 710051; 2.青岛农业大学 艺术与传媒学院, 山东 青岛 266109)

**摘要:** 复杂背景抑制是天基红外预警系统中红外弱小目标探测技术的一个关键环节。为降低复杂背景下杂波干扰, 提高目标检测精度, 利用非下采样轮廓波变换(NSCT, non-subsampled contourlet transform)的多尺度分解及多方向分解特性以及图像矩阵奇异值分解(SVD, singular value decomposition)不同奇异值代表图像不同能量信息的特点, 提出了联合 NSCT 和 SVD 的红外图像背景的抑制方法。首先依据非下采样轮廓波变换思想对红外原始图像进行多尺度多方向分解, 得到与原始图像同样大小的不同尺度和不同方向上的子带图像, 然后, 利用奇异值分解的中序部分奇异值调整各子带图像矩阵系数以区分目标和背景杂波, 最后对调整后各子带系数组成的矩阵施加 NSCT 逆变换, 最终获得抑制背景处理后的图像。对比实验表明, 该方法能够在低信噪比环境下有效抑制复杂背景及边缘, 突显目标, 降低虚警率。

**关键词:** 红外图像; 弱小目标; 背景抑制; 非下采样轮廓波变换; 奇异值分解

中图分类号: TP391

文献标识码: A

文章编号: 1001-8891(2016)09-0758-07

## NSCT Combined with SVD for Infrared Dim Target Complex Background Suppression

WU Tian'ai<sup>1</sup>, HUANG Shucan<sup>1</sup>, YUAN Zhiwei<sup>1</sup>, WU Yunrong<sup>2</sup>, FENG Hui<sup>1</sup>

(1.Air and Missile Defense College, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China;

2.The College of Fine Arts and Communication of Qingdao Agricultural University, Qingdao 266109, China)

**Abstract:** Complicated background suppression is a difficult problem for the technique of the detection of the dim and small target by the SBIRS. To reduce the clutter interference and enhance detection precision, a new method based on NSCT combined with SVD is proposed for infrared complex background suppression, which utilizes the decomposed property about the multi-scale and directional details of NSCT and the property of the different singular value representing energy information of SVD in image array. Firstly, NSCT is adapted to decompose the input infrared image based on the multi-scale and directional details, which extracts multi-scale and directional sub-band images which equal to the original images. Then, the middle singular values based on the SVD are introduced to adjust the sub-band image array coefficients so as to differentiate target and background clutter signal. Finally, the suppressed image is reconstructed by the inverse NSCT. Contrastively experimental results show that the proposed algorithm has better performance in suppressing the complex background and its edges, making target protuberant and reducing false-alarm probability.

**Key words:** infrared image, dim target, background suppression, NSCT, SVD

## 0 引言

稳健的红外弱小目标检测对于天基红外预警系统而言仍富有很大的挑战性<sup>[1]</sup>, 主要表现在: 成像距离遥远, 目标成像面积小, 仅占几个像素甚至一个像

素左右, 并且仅具备有限灰度信息, 导致图像细节特征少, 边缘模糊, 更无外形纹理等结构信息; 另外红外探测器像元多, 探测范围广, 成像背景复杂, 包括地球背景、地球临界背景和深空背景<sup>[2]</sup>, 随机噪声多源化, 导致目标信噪比低, 甚至出现目标被淹没在背

收稿日期: 2016-01-30; 修订日期: 2016-03-07.

作者简介: 吴天爱(1977-), 女, 山东临朐人, 博士研究生, 主要从事红外弱小目标检测与跟踪研究。E-mail: wuyh7277@163.com。

基金项目: 航空科学基金(20140196004)。

景中的情况，难以对目标进行有效检测。因此，如何在复杂的背景下有效抑制背景、提高目标信噪比至关重要。

目前常见的红外弱小目标复杂背景抑制方法包括基于时域的方法，主要有帧间差法、多帧累积法和时域轮廓线方法等，这一类方法主要是基于连续平稳的背景和目标的相对运动，利用多帧图像间的对应匹配实现背景抑制，因此应用范围受限<sup>[3]</sup>。基于空域的方法，主要有 Top-hat 变换、TDLMS、Max-Median 和基于匹配算法等，空域类方法的本质是利用背景在空间上的较强相关性和目标呈现“奇异点”的特性预测背景模型<sup>[4]</sup>，其在平稳背景下效果良好，但是在复杂背景环境下，不能自适应抑制背景，容易混淆目标与图像边缘等细节，出现背景泄露的现象。基于频域<sup>[5]</sup>的方法以数学形态学滤波方法最为经典，其本质是借助形态学算子抑制背景，但是结构元选取的不合适易增强背景杂波。基于变换域的方法是近几年时兴的方法，主要有基于小波域的方法、脊波（Ridgelet）变换、曲波（Curvelet）变换、Bandelet 变换、轮廓 Contourlet 变换等。小波域背景抑制方法通过设置变换小波基与分解层次对原始图像分解，以调整分解后图像各子带系数实现背景抑制的目的<sup>[6]</sup>，但是小波变换自身分解方向有限，只能从水平、垂直和对角方向捕获图像信息，缺乏平移不变性，因而小波变换不能充分借助图像本身的几何正则性来表示图像的最优稀疏性，从而不能有效地将目标和杂波边缘分离。Ridgelet 变换、Curvelet 变换、Bandelet 变换、以及 Contourlet 变换等方法相比传统小波变换具有多尺度、多方向和各向异性<sup>[7]</sup>，既能够捕捉图像的高维奇异性，也能够充分表示出图像的结构信息<sup>[8]</sup>。但是这些变换算法的实现还不够成熟，尤其在脊波和曲波变换中，因 Randon 变换的存在使得其计算复杂度和冗余度都很高，大大限制了其应用。Contourlet 变换是继小波变换后真正意义上的图像二维稀疏表示方法<sup>[9]</sup>，其可以准确地将图像中的边缘信息在不同尺度和不同方向的频率子带中表示出来，展现了良好的各向异性及方向选择性，但是变换中的下采样操作使其丧失了平移不变性，并且变换后各子带中的频谱混叠现象削弱了 Contourlet 变换的多方向选择性，为此，Arthur 等<sup>[10]</sup>提出了非下采样轮廓波变换（NSCT，Non-Subsampled Contourlet Transform）方法。NSCT 一方面可以对图像进行多尺度分解、多方向分解，而且 NSCT 的平移不变性大大减少了在图像奇异点附近出现 Gibbs 现象的可能性；另一方面 NSCT 良好的频率选择性和正则性，可以有效地表示图像中背景信息

的细节特征，但不能突出地体现目标信息特征，并且 NSCT 变换后的图像低频子带系数近似为零项十分有限，致使图像低频信息的稀疏性差，难以完整保留目标边缘内其内部信息，从而弱化背景抑制精度。

图像的奇异值分解（singular value decomposition, SVD）基于矩阵的奇异值分解理论，利用矩阵奇异值矢量的唯一性，对图像矩阵进行奇异值分解去除图像各分量之间的相关性，以降低图像信息的冗余度，将信息汇聚到少数奇异值上，增强图像的稀疏性，可以弥补 NSCT 变换稀疏性差的缺陷。联合 NSCT 变换优缺点，SVD 在图像背景抑制中可以有效突显目标信息能量和提高图像信噪比的特点，提出了联合非下采样 NSCT 和奇异值分解的红外弱小目标复杂背景抑制方法。经过实验验证，文中提出的方法能够在不同尺度和不同方向上较好地抑制结构化复杂背景，提高红外图像信噪比，突出弱小目标，有利于后续对弱小目标的探测、跟踪和识别。

## 1 非下采样轮廓波变换理论 NSCT

NSCT 是在 Contourlet 变换理论上由 Cunha Arthur 等<sup>[10]</sup>于 2006 年提出的一种图像多尺度几何分析方法，它不仅具有 Contourlet 变换的多尺度、多方向性，还克服了 Contourlet 变换缺乏平移不变性和导致频谱混叠的缺陷，从而冗余度更高，能够更加准确地捕获图像的几何结构信息。NSCT 这一特性可以弥补红外弱小目标图像中目标结构信息近乎无的缺陷。

NSCT 采用迭代非下采样双通道滤波器组结构对图像进行变换分解，即非下采样塔式滤波器组（NSPFB，non-subsampled pyramid filter bank）和非下采样方向滤波器组（NSDFB，non-subsampled directional filter bank）。原始图像首先经过 NSPFB 分解得到与原始图像大小相等的一个低通子带图像和一个带通子带图像<sup>[11]</sup>，接下来每一级 NSPFB 分解都在低通子带图像上迭代进行上述操作，获得一个低通子带图像和多个带通子带图像，实现图像的多尺度分解，捕获图像中的奇异点。图 1 为 NSPFB 双通道非下采样塔形滤波器组结构。图 2 为 3 个尺度的 NSPFB 分解结构示意图，相应的第  $k$  级 NSPFB 的表达式可由下式表示：

$$H_n^{\text{eq}}(z) = \begin{cases} H_1(z^{2^{n-1}}) \prod_{j=0}^{n-2} H_0(z^{2^j}) & 1 \leq n < 2^k \\ \prod_{j=0}^{n-1} H_0(z^{2^j}) & n = 2^k \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{s.t. } z^j \in [z_1^j, z_2^j]$$

式中： $z^j$  表示第  $j$  层系数； $k$  表示 NSPFB 分解层数。

同时 NSPFB 滤波器组中的滤波器必须满足 Bezout 恒等式才能对图像进行完美重构, 即:

$$H_0(z)G_0(z)+H_1(z)G_1(z)=1 \tag{2}$$

式中:  $H_0(z)$ 、 $H_1(z)$ 为分解滤波器;  $G_0(z)$ 、 $G_1(z)$ 为合成滤波器。

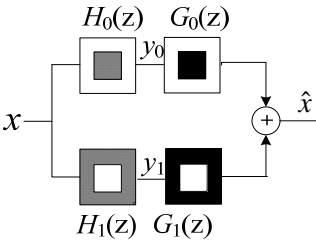


图1 双通道非下采样塔形滤波器组结构  
Fig.1 Structure of two-channel NSPFB

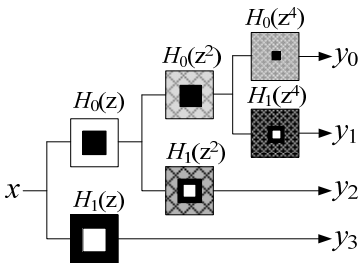


图2 三级NSPFB分解结构  
Fig.2 Decomposed structure of three-level NSPFB

NSCT 第 2 部分由 NSDFB 对各尺度子带图像进行分解, 获得不同尺度、不同方向的子带图像。NSDFB 滤波器组包括扇形滤波器组、钻石滤波器组、象限滤波器组和平行滤波器组<sup>[12-14]</sup>。NSDFB 移除了方向滤波器组中的上采样和下采样环节, 将 NSP 变换后每一尺度上的带通图像再进行  $n$  级方向分解, 最终获得  $2^n$  个与原始图像相同尺寸的带通方向子带图像。图 3 为 NSDFB 双通道非下采样方向滤波器组结构, 图 4 为 NSDFB 的二级分解结构示意图。其中第一级分解经由扇形滤波器和钻石滤波器构成的双通道滤波器, 如图 4 中  $U_0(z)$ 和  $U_1(z)$ 所示, 将图像分为 2 个方向的子带。第二级利用象限滤波器对扇形滤波器和钻石滤波器实施  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$  采样构成两级树状的 4 通道分解结构, 将图像分为 4 个方向的子带。接下来第三级以及更高级别的分解由平行滤波器组完成, 平行滤波器组通过对扇形滤波器或钻石滤波器分别实施  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 、 $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 、 $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ 、 $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$  采样获得, 经过平行滤波器组最终得到呈树状结构的与原始图像相同尺寸的

$2^3$  个甚至更多个不同方向的子带图像。

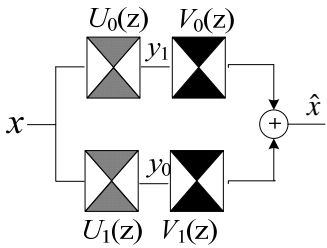


图3 双通道非下采样方向滤波器组结构  
Fig.3 Structure of two-channel NSDFB

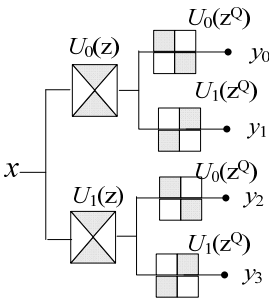


图4 二级NSDFB分解结构示意图  
Fig.4 Diagram of two-level NSDFB decomposed structure

由上所述, 非下采样轮廓波变换 NSCT 的总体结构分解示意图如图 5 所示。

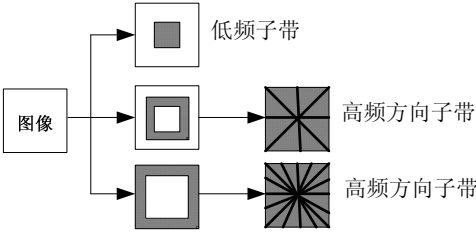


图5 NSCT结构分解示意图  
Fig.5 Schematic diagram of NSCT decomposed structure

## 2 奇异值分解 SVD 图像系数矩阵

矩阵的奇异值分解是现代数值分析最基本和最重要的工具之一, 其特点是通过对矩阵奇异值的分解重建, 利用不同奇异值代表不同能量信息的特征, 去除小奇异值然后用有效奇异值重构矩阵来滤除主要噪声, 提高信噪比。近年来奇异值分解在图像处理、最优化问题、统计学、信号处理等方面有重要应用<sup>[15]</sup>。

假设源图像经 NSCT 后由各个子带图像构成的系数矩阵为  $A \in C_r^{m \times n}$ ,  $r$  为矩阵  $A$  的秩, 若  $0 \leq r \leq \min(m,n)$ , 则存在  $m$  阶酉矩阵  $U$  和  $n$  阶酉矩阵  $V$ , 使得矩阵  $A$  的奇异值分解为:

$$\mathbf{A} = \mathbf{U} \begin{bmatrix} \Sigma & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{V}^T \quad (3)$$

式中:  $\Sigma = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r)$ ,  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_r > 0$  为矩阵  $\mathbf{A}$  的全部非零奇异值, 通过求取  $\mathbf{A}\mathbf{A}^T$  和  $\mathbf{A}^T\mathbf{A}$  的特征值和特征向量来确定。设  $\mathbf{A}\mathbf{A}^T$  和  $\mathbf{A}^T\mathbf{A}$  的全部非零特征值为  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_r > 0$ , 则  $\sigma_i = \sqrt{\lambda_i}$ 。  $\mathbf{U} = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_m)$  为  $m \times m$  的正交矩阵, 其列向量是  $\mathbf{A}\mathbf{A}^T$  的特征向量,  $\mathbf{V} = (v_1, v_2, \dots, v_n)$  为  $n \times n$  的正交矩阵, 其列向量是  $\mathbf{A}^T\mathbf{A}$  的特征向量。由此, 式(3)可改写为下式:

$$\mathbf{A} = \sum_{i=1}^r \sigma_i \mu_i \mathbf{v}_i^T \quad (4)$$

式(4)可以理解为系数矩阵  $\mathbf{A}$  的  $r$  个非零奇异值对应的  $r$  个分量可实现对矩阵  $\mathbf{A}$  的重构。式中包含系数矩阵  $\mathbf{A}$  的  $r$  个奇异值, 其值有零元素也有非零元素。基于奇异值与向量 2-范数和矩阵 Frobenious-范数的关联关系, 可以理解为奇异值反映了矩阵的能量分布情况<sup>[16]</sup>, 奇异值越大, 其对应的分量占矩阵的比重就越大; 反之, 比重越小。对应到图像矩阵中, 由文献[16]可知, 图像矩阵的奇异值按低、中、高序部分(奇异值从大到小排序)分别对应图像的背景、目标和噪声, 其中中序部分的前几十个分量反映了图像的局部变化和部分噪声对整幅图像的影响。因此, 可以通过选择奇异值的中序分量对系数矩阵  $\mathbf{A}$  重构再进行 NSCT 逆变换, 即可实现背景抑制, 即通过式(5)对矩阵  $\mathbf{A}$  执行截断奇异值分解<sup>[17]</sup>重构:

$$\hat{\mathbf{A}} = \sum_{i=1}^k \sigma_i \mu_i \mathbf{v}_i^T \quad (0 < k < r) \quad (5)$$

式中:  $k$  表示重构矩阵  $\hat{\mathbf{A}}$  时需要的奇异值个数。

### 3 基于联合非下采样轮廓波变换和奇异值分解的红外弱小目标复杂背景抑制方法

NSCT 变换的目的是通过对源图像分解变换, 得到不同尺度不同方向下与源图像相同大小的 1 个低通子带图像和多个带通子带图像。随着 NSCT 分解尺度的增加, 噪声的 NSCT 系数将急剧衰减, 但边缘轮廓及目标特征的系数相对稳定, 最终源图像分解完后的各个子带上的目标和背景细节信息得到了充分表达, 即图像的不同子带系数代表了红外弱小目标图像的信息能量分布情况。但是经过 NSCT 后的图像对比度仍然比较低, 图像稀疏性差, 不利于区分目标与背景及噪声信息, 尤其是源图像中存在大量连续起伏的云层时, 目标往往会淹没在云层中, 难以正确区分背景与目标。

抛开图像的视觉特性, 图像矩阵的奇异值能够从图像内蕴特性方面反映图像矩阵元素之间的结构关系, 并且奇异值具有良好的稳健性。因此, 对 NSCT 后的各个子带系数矩阵进行奇异值分解 SVD, 将含有目标信息的矩阵分解到一系列奇异值和奇异值所对应的 2 个正交矩阵中, 图像的大量目标信息体现在中间部分大小的奇异值所对应的左、右奇异向量中, 然后利用这些奇异值对各个子带系数矩阵进行重构, 最后进行 NSCT 逆变换得到背景抑制后的图像。

所设计算法的操作过程如下:

- 1) 对输入的源图像进行 NSCT 变换, 提取图像的多尺度多方向细节特征, 得到与源图像大小相等的不同尺度、不同方向的各个子带图像, 形成多尺度多方向子带系数矩阵;
- 2) 利用奇异值 SVD 分解原理, 利用中序部分奇异值重构调整抑制各子带图像系数矩阵;
- 3) 对调整后各子带系数矩阵施加 NSCT 逆变换, 获得抑制背景图像。

## 4 实验结果与分析

为验证基于联合非下采样 NSCT 和奇异值分解的红外弱小目标复杂背景抑制方法的有效性, 实验中分别就 Top-hat 方法、DWT 方法、SVD 方法、NSCT 方法和本文设计方法对 3 组不同红外图像进行了对比。实验中 3 组源图像大小均为 256 像素  $\times$  200 像素, 如图 6(a) 所示, 其中 Seq1 为背景起伏较大的人工合成红外图像, 其上目标为匀速直线运动的模拟高斯点源目标, Seq2 为背景起伏适中的真实红外图像, 目标大小呈 4 个像素, Seq3 为背景起伏较小的真实红外图像, 目标大小呈 20 个像素, 3 幅图像的信噪比大小均在 2 左右。实验中, DWT 方法采用“db4”小波对图像进行三层分解重构; CT 和 NSCT 方法中的参数设置参考文献[18], 采用“9-7”金子塔形分解和“c-d”方向滤波器组的三级分解变换, 每级方向滤波器组所取的方向数为  $2^2$ 、 $2^3$ 、 $2^4$ 。基于 CPU 为 AMD A10-7800 四核 3.50 GHz, 内存为 4 GB 的 PC 机, 利用 MATLAB 2013a 软件平台完成仿真实验。

3 组红外图像实验结果如图 6 所示, 图 6(b)~(f) 分别为经 Top-hat、DWT、SVD、NSCT 及本文方法处理后的结果图像。

从实验结果可以看出, 本文设计方法能够适应不同起伏程度的背景和不同大小的目标, 不仅有效抑制了背景, 而且保留了目标完整性。Top-hat、DWT、SVD 方法对背景边缘的抑制能力较差, 其中 Top-hat 方法还增大了目标尺寸; DWT 方法虽然抑制了大部

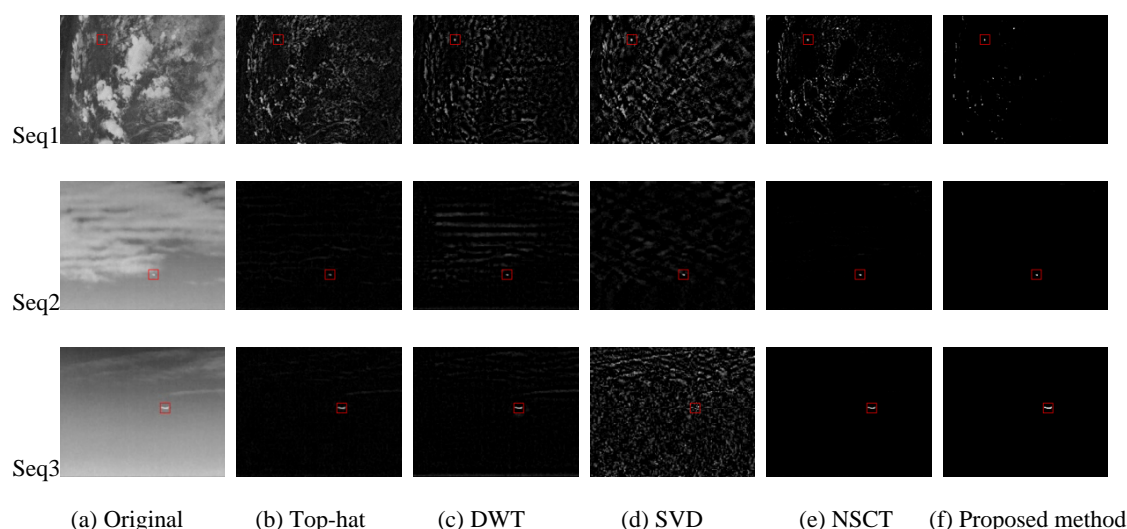


图6 3幅代表图像及不同算法的处理结果

Fig.6 Three representative images and the proposed results of different algorithms

分背景,但同时加强了云层的边缘,这势必对后续的目标检测带来麻烦。**SVD**方法对背景有一定的抑制能力,基本保留了目标的轮廓,但背景抑制后的部分目标内部有中空,影响了目标的完整性。**NSCT**方法虽然也增强了目标,但是也增强了图像中的高强度背景边缘,并且目标的边缘轮廓模糊,尤其对于尺寸较大的目标,应用**NSCT**方法后丢失了部分目标像素点。

为了进一步验证本文方法的有效性,采用信噪比(**SNR**)、信杂比(又称为对比度)(**SCR**)、背景抑制因子(**BSF**)和接收机工作特性(**ROC**)曲线4个指标从定量角度分析评价了本文设计方法抑制复杂背景的性能。信噪比和信杂比描述了图像目标相对背景的加强程度,背景抑制因子描述了对背景的抑制水平,这些指标的值越大说明背景抑制效果越好。**SNR**、**SCR**、**BSF**的表达式如下:

$$\text{SNR} = \left| \frac{\mu_t - \mu_b}{\sigma_b} \right|, \quad \text{SCR} = \left| \frac{\mu_t - \mu_b}{\mu_t + \mu_b} \right|, \quad \text{BSF} = \frac{\sigma_{\text{in}}}{\sigma_{\text{out}}} \quad (6)$$

式中:  $\mu_t$ 、 $\mu_b$ 、 $\sigma_b$  分别表示目标的灰度均值、背景灰度均值和背景灰度标准差;  $\sigma_{\text{in}}$ 、 $\sigma_{\text{out}}$  分别表示背景抑制前后图像背景的标准差。

接收机工作特性(**ROC**)曲线反映了检测概率与虚警概率相互制约的关系,利用**ROC**曲线下方的面积(area under the curve, **AUC**)能够评价模型性能<sup>[19]</sup>。**AUC**数值越大,算法性能越好。检测概率  $P_d$  和虚警概率  $P_f$  的表达式如下:

$$P_d = N_t / S_t, \quad P_f = N_b / S_b \quad (7)$$

式中:  $N_t$  代表检测出正确目标的像素数;  $S_t$  代表目标

的真实像素数;  $N_b$  代表检测出错误目标的像素数;  $S_b$  代表背景的真实像素数。

3幅图像对应不同方法处理后的**ROC**曲线分别如图7所示。从图中可以看出,文中提出的方法在不同背景的图像中其**AUC**值均优于其他方法。综上所述,对应每一幅图像,将4个指标值**SNR**、**SCR**、**BSF**和**AUC**如表1所示。从表中数据可以看出,经过联合非下采样**NSCT**和奇异值分解的红外弱小目标复杂背景抑制方法处理后,图像的各项指标值均优于其他方法,这极大地有利于后续的目标检测与跟踪等工作。特别是对于图像Seq1,不仅图像背景复杂,且目标呈高斯点源状,文中设计的方法其**SNR**、**SCR**、**BSF**及**AUC**值均高于其它方法,表明文中设计的方法是一种有效地、能够适应复杂地红外弱小目标背景抑制方法。

## 5 结论

针对天基红外预警系统中复杂背景下红外弱小目标检测跟踪识别任务中的背景抑制这一难题,提出了联合非下采样轮廓波变换和奇异值分解的红外弱小目标复杂背景抑制方法。基于不同背景的图像与**Top-hat**方法、**DWT**方法、**SVD**方法和**NSCT**方法进行了对比实验验证,结果表明本文提出的方法在低信噪比情况下相对其他方法抑制结构化复杂背景程度更佳,提高信噪比高,较好地凸显了弱小目标,降低了虚警率,可以提高天基红外预警系统中对弱小目标预警能力和探测跟踪能力。

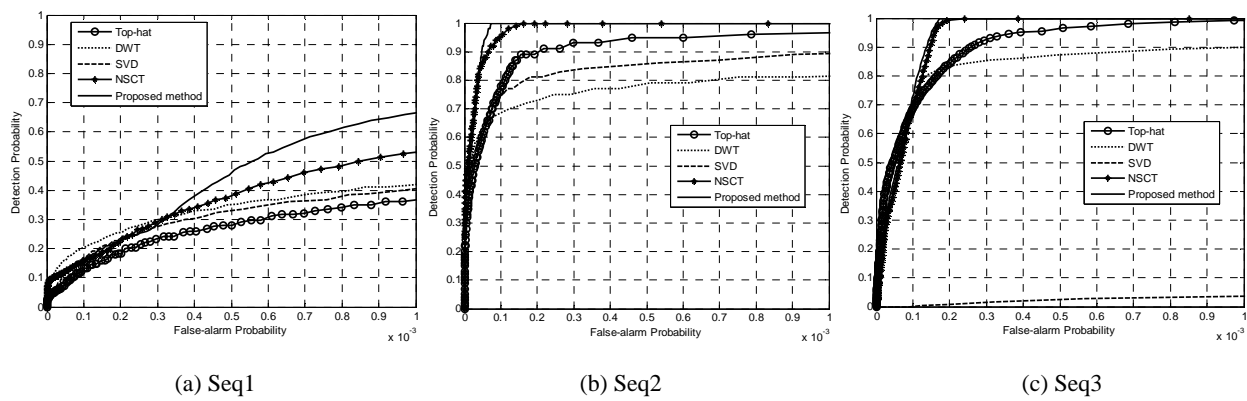


图7 三幅图像的 ROC 曲线比较

Fig.7 Comparison of ROC curves for the three images

表 1 评价指标值		Table 1 Evaluation indicators					
Image	Evaluation indicators	Original	Top-hat	DWT	SVD	NSCT	Proposed method
Seq1	SNR	1.6086	6.7326	5.0996	4.6286	17.4416	30.1919
	SCR	0.2258	0.7932	1.0001	1.0003	0.9700	0.9967
	BSF	—	2.8757	2.2980	2.3205	14.3110	27.1555
	AUC	—	0.9786	0.4694	0.4711	0.9969	0.9992
Seq2	SNR	2.6778	33.8098	11.1907	14.3862	150.2199	178.5863
	SCR	0.1451	0.9608	0.9995	1.0001	0.9983	0.9999
	BSF	—	10.3584	3.9678	5.7351	66.4730	73.4832
	AUC	—	0.9999	0.5058	0.4985	1.0000	1.0000
Seq3	SNR	2.1818	42.7436	19.7326	0.1310	83.1567	87.9763
	SCR	0.2319	0.9681	0.9993	1.0006	0.9991	0.9997
	BSF	—	19.1530	11.9704	19.8508	82.0919	79.7552
	AUC	—	0.9999	0.4960	0.1821	0.9999	0.9999

参考文献:

[1] 于强, 黄树彩, 赵炜, 等. 红外弱小目标检测与识别一体化方法研究[J]. 红外技术, 2014, 36(8): 633-638.  
YU Qiang, HUANG Shucui, ZHAO Wei, et al. Researches on the integration of infrared dim and small targets detection and recognition[J]. *Infrared Technology*, 2014, 36(8): 633-638.

[2] 夏润秋, 金伟其, 刘斌, 等. 采用前置栅网滤波的天基红外成像点目标探测技术[J]. 红外与激光工程, 2011, 40(10): 1829-1834.  
XIA Runqiu, JIN Weiqi, LIU Bin, et al. Point target detection of SBIRS based on front wire grid filtering[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2011, 40(10): 1829-1834.

[3] 王卫华, 牛照东, 陈曾平. 基于时空域融合滤波的红外运动小目标检测方法[J]. 红外与激光工程, 2006, 34(6): 714-718.  
WANG Wei-hua, NIU Zhao-dong, CHEN Zeng-ping. Temporal spatial fusion filtering algorithm for small infrared moving target detection[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2006, 34(6): 714-718.

[4] 侯旺, 孙晓亮, 尚洋, 等. 红外弱小目标检测技术研究现状与发展趋势[J]. 红外技术, 2015, 37(1): 1-10.

[5] HOU Wang, SUN Xiaoliang, SHANG Yang, et al. Present state and perspectives of small infrared targets detection technology[J]. *Infrared Technology*, 2015, 37(1): 1-10.

[6] Bae T W, Kim B I, Kim Y C, et al. Small target detection using cross product based on temporal profile in infrared image sequences[J]. *Computers & Electrical Engineering*, 2010, 36(6): 1156-1164.

[7] 陈方涵, 王文生, 杨坤, 等. 基于多小波变换的红外目标探测与识别[J]. 光子学报, 2011, 40(2): 295-298.  
CHEN Fanghan, WANG Wensheng, YANG Kun, et al. Detection and recognition of infrared target based on the multi-wavelet transform[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2011, 40(2): 295-298.

[8] 焦李成, 谭山. 图像的多尺度几何分析: 回顾和展望[J]. 电子学报, 2003, 31(12A): 1975-1981.  
JIAO Licheng, TAN Shan. Development and prospect of image multi-scale geometric analysis[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2003, 31(12A): 1975-1981.

[9] 李广鑫, 王珂. 基于 Contourlet 变换的彩色图像融合算法[J]. 电子学报, 2007, 35(1): 112-117.

- LI Guangxin, WANG Ke. Color imagefusion algorithm using the contourlet transform. *Acta Electronica Sinica*, 2007, **35**(1): 112-117.
- [9] Do Minh N, Vetterli Martin. The contourlet transform: An efficient directional multi-resolution image representation[J]. *IEEE Trans. on Image Processing*, 2005, **14**(12): 2091-2106.
- [10] Da Cunha Arthur L, Zhou Jiangping, Do Mihn N. The non-subsampled contourlet transform: theory, design and applications[J]. *IEEE Trans. on Image Proecessing*, 2006, **15**(10): 3089-3101.
- [11] 王珺, 彭进业, 何贵青, 等. 基于非下采样 Contourlet 变换和稀疏表示的红外与可见光图像融合方法[J]. *兵工学报*, 2013, **34**(7): 815-820.
- WANG Jun, PENG Jinye, HE Guiqing, et al. Fusion method for visible and infrared images based on non-subsampled contourlet transform and sparse representation[J]. *Acta Armamentarii*, 2013, **34**(7): 815-820.
- [12] ESLAMI R, RADH A H. Wavelet-based contourlet transform and its application to image coding[C]//*International Conference on Image Processing*, 2004, **5**: 3189-3192.
- [13] DU NCAN D P, MINH N D. Directional multi-scale modeling of images using the contourlet transform[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2006, **15**(6): 1610-1620.
- [14] RAMIN E, H AYDER R. Translation invariant contourlet transform and its application to image denoising[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2006, **15**(11): 3362-3374.
- [15] 于向飞, 杨晖, 杨海马, 等. 基于奇异值分解的光子相关光谱滤波方法研究[J]. *光学技术*, 2014, **40**(1): 16-20.
- YU Xiang-fei, YANG Hui, YANG Haima, et al. Study on the filtering algorithm of photon correlation spectroscopy based on singular value decomposition[J]. *Optical Technique*, 2014, **40**(1): 16-20.
- [16] 胡谋法, 董文娟, 王书宏, 等. 奇异值分解带通滤波背景抑制和去噪[J]. *电子学报*, 2008, **36**(1): 111-116.
- HU Moufa, DONG Wenjun, WANG Shuhong, et al. Singular value decomposition band-pass-filter for image background suppression and denoising[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2008, **36**(1): 111-116.
- [17] 张贤达. 矩阵分析与应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004: 34-400.
- ZHANG Xian-da. *Matrix analysis and application*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004: 341-400.
- [18] 常霞, 焦李成, 贾建华, 等. 基于非下采样 Contourlet 的多传感器图像自适应融合[J]. *计算机学报*, 2009, **32**(11): 2229-2237.
- CHANG Xia, JIAO Li-cheng, JIA Jianhua, et al. Multi-sensor image adaptive fusion based on non-subsampled contourlet[J]. *Chinese Journal of Computers*, 2009, **32**(11): 2229-2237.
- [19] 李凡. 复杂背景抑制及弱小目标检测算法研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2010.
- LI Fan. A study of algorithms for complex background suppression and small target detection[D]. Xi'an: Xidian University, 2010.