

基于离线双字典学习算法的图像超分辨率重建研究

周琳, 杨娜

(河南牧业经济学院, 河南 郑州 450045)

摘要: 为了提高图像超分辨率重建的质量, 采用离线双字典学习算法。首先图像块建立字典稀疏模型, 确定字典中原子数量; 然后使用基于离线字典学习对图像稀疏编码, 同时把稀疏编码统一到一个框架中进行优化编码; 接着对字典进行分解多个子字典, 将图像块中像素点的列向量在子字典展开; 最后双字典与超分辨率重构中不同分辨率的异构数据进行同构化, 确定控制残差条件, 给出了算法实现过程。实验仿真显示本文算法重建效果清楚, 峰值信噪比最大, BIQI 最小。

关键字: 离线双字典; 超分辨率重建; 稀疏; 控制残差

中国分类号: TP393 文献标识码: A 文章编号: 1001-8891(2015)04-0277-06

Image Super Resolution Reconstruction Based on Offline Double Dictionary Learning Algorithm

ZHOU Lin, YANG Na

(Henan University of Animal Husbandry and Economy, Zhengzhou 450045, China)

Abstract: In order to improve the quality of image super-resolution reconstruction, offline double dictionary learning algorithm is established. First, dictionary sparse representation model was built by image block, and the number of atoms in dictionary is determined. Second, sparse code of image is used based on offline dictionary learning and put into frame to optimize code. Third, double dictionary is decomposed into some sub dictionaries, and column vector of pixel of image block is spread in sub dictionary. Last, heterogeneous data with different resolution in the final dictionary learning and super resolution reconstruction is getting isomorphic, control residual is determined, and process is given. Simulation shows that ODDL algorithm reconstruction result is clear, PSNR is better, and BIQI is lower.

Key words: offline double dictionary, super resolution reconstruction, sparse, control residual

0 引言

图像在成像过程中受到噪声的污染, 其成像为低分辨率的图像, 但是现实需要高清的图像, 因此需要将一幅或者多幅低分辨率图像合成出高分辨率图像, 提供图像细节信息, 在视频监控、成像技术、遥感图像等领域有着广泛的应用前景^[1-3]。

基于字典学习的图像超分辨率重建算法有: Jianchao Yang 的基于 L1 范数优化的联合字典学习算法 (Combine Dictionary Learning, CDL), 通过联合正交基来构成字典^[4], 但是算法对大系数的稀疏信号重建还不够准确; 基于耦合学习超完备字典方法 (Couple Overcomplete Dictionary Learning, CODL), 通过超完

备字典中的冗余基取代传统字典中的正交基^[5], 但建立字典对的过程繁琐, 字典样本的选取对重构有一定影响; Roman Zeyde 的基于低分辨率字典学习的高分辨率字典数值计算方法 (High Resolution Numerical Base on Low Resolution Dictionary Learning, HRBLRDL), 字典原子能够包含图像的降质信息^[6], 但是对强模糊退化图像的超分辨率能力有限; 基于粒子字典学习算法 (Particle Dictionary Learning, PDL), 考虑到图像之间的相似性^[7], 但是算法效率较低, 没有有效地利用字典的内在联系; 基于邻域字典嵌入算法 (Neighborhood Embedding Dictionary Learning, NEDL), 用近邻系数联合图像块线性组合为超分辨率图像^[8], 但是存在欠拟合或过拟合缺陷。

收稿日期: 2014-12-09; 修订日期: 2015-02-04。

作者简介: 周琳 (1977-), 女, 河南西华人, 硕士, 实验师, 主要研究方向: 计算机教育技术研究。

基金项目: 河南省教育厅“十五”教育科学规划课题, 编号: 2005-JKGHAZ-086; 河南省社科联课题, 编号: SKL-2011-1927。

本文采用基于离线双字典学习算法 (Offline Double Dictionary Learning, ODDL) 对图像超分辨率进行重建, 在图像块中建立字典稀疏模型, 确定稀疏精确重构高分辨率图像的条件即字典中原子的数量; 通过离线字典学习中的原子线性组合表示任意一幅与训练样本具有类似结构特征的图像, 将图像块中像素点的列向量在子字典展开; 双字典与超分辨率重构中不同分辨率的异构数据进行同构化, 确定重建的残差补偿过程。实验仿真显示本文算法重建效果清楚, 峰值信噪比大, BIQI 最小。

1 改进字典学习算法思路

1.1 基于稀疏模型的局部块建立字典模型

选取的字典原子应与信号的本质特征一致, 这样信号才能通过字典中尽可能少量的原子来表示, 使表示结果更稀疏^[9-10], 取原图 X 中大小为 $M \times N$ 像素的图像块, 将块中的像素点按照从上到下, 从左到右的顺序排成一个列向量 $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{M \times N}$, 字典基元组用稀疏表达模型来表示图像块: $\min \|\boldsymbol{\alpha}\|_0$, 满足:

$$\|\mathbf{x} - \mathbf{D}\boldsymbol{\alpha}\|_2^2 \leq \varepsilon \quad (1)$$

式中: $\|\boldsymbol{\alpha}\|_0$ 为范数, 表示 $\boldsymbol{\alpha}$ 中非零系数的个数; $\mathbf{D} = [d_1, d_2, \dots, d_N] \in \mathbb{R}^{M \times N}$ 为过完备字典, d_i 为 \mathbf{D} 的原子, $\|\cdot\|_0$ 为非零元素个数; ε 为稀疏表示的误差控制阈值。这样每个图像块都可以表示成字典基元组 \mathbf{D} 的一个线性组合^[11]。

通过参数 λ 平衡稀疏性和稀疏表示误差:

$$\min \|\mathbf{x} - \mathbf{D}\boldsymbol{\alpha}\|_2^2 + \lambda \|\boldsymbol{\alpha}\|_0 \quad (2)$$

稀疏精确重构高分辨率图像的条件只要字典中原子的数量 M 满足:

$$M = \frac{1}{2}(\mu^{-1} + 1) \quad (3)$$

式中: 字典的相干系数 $\mu = \sup_{i \neq j} |\langle d_i, d_j \rangle|$ 。

1.2 基于离线字典学习的图像稀疏编码

假设训练样本 \mathbf{Y} 包含的图像区域为:

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}^{A'} \\ \mathbf{Y}^A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}'_1, \dots, \mathbf{y}'_i, \dots \\ \mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_i, \dots \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中: \mathbf{y}_i 和 \mathbf{y}'_i 为图像中 \mathbf{Y}^A 和 $\mathbf{Y}^{A'}$ 的向量表示, 学习过程通过训练过完备字典 \mathbf{D} 来稀疏表示^[12], 其目标函数为:

$$\begin{cases} \min_{\mathbf{D}^{A'}, \mathbf{Z}^{A'}} \|\mathbf{Y}^{A'} - \mathbf{D}^{A'} \mathbf{Z}^{A'}\|_2^2 + \lambda_1 \|\mathbf{Z}^{A'}\|_1 \\ \min_{\mathbf{D}^A, \mathbf{Z}^A} \|\mathbf{Y}^A - \mathbf{D}^A \mathbf{Z}^A\|_2^2 + \lambda_2 \|\mathbf{Z}^A\|_1 \end{cases} \quad (5)$$

式中: $\mathbf{D}^{A'}$ 为 $\mathbf{Y}^{A'}$ 训练的字典, \mathbf{D}^A 为 \mathbf{Y}^A 训练的字典。

训练字典完成后, 为了使训练图像区域与原始图像区域具有相同的稀疏表示, 需要将它们统一到一个稀疏编码框架中进行优化编码^[13], 优化模型如下:

$$\min_{\mathbf{D}, \mathbf{S}} \|\mathbf{Y} - \mathbf{DS}\|_2^2 + \alpha \|\mathbf{S}\|_1, \text{ 满足: } \sum_{i=1}^d \mathbf{D}_{i,j}^2 \leq 1 \quad (6)$$

式中: \mathbf{S} 为依据 \mathbf{D} 所得的稀疏编码。

在离线训练字典时, 通过字典中的原子线性组合表示任意一幅与训练样本具有类似结构特征的图像, 从训练图像集中选取一定量的特征作为已知量^[14], 通过训练样本 \mathbf{y} 进行均值聚类划分获得字典 \mathbf{D} , 从循环开始利用 \mathbf{D} 和 \mathbf{y} , 使用 feature sign search 算法得到每个训练样本的稀疏编码 \mathbf{S} , 利用 Lagrange dual 算法来优化字典 \mathbf{D} :

$$\hat{\mathbf{D}} = \arg \min_{\mathbf{D}} \sum_{t=1}^N \|\mathbf{y}_t - \mathbf{DS}_t\|_2^2 \quad (7)$$

再将 $\hat{\mathbf{D}}$ 赋值给下一轮循环的 \mathbf{D} , 直到达到重建图像时的控制残差条件, 这样最后得到的 $\hat{\mathbf{D}}$ 就是优化字典 \mathbf{D} 。

1.3 子字典学习过程

为避免计算量大、严重依赖于初始化字典, 将字典 \mathbf{D} 分解成 p 个子字典 \mathbf{D}_k , $\mathbf{D} = \sum_{k=1}^p \mathbf{D}_k$, 同时 $i \neq j$ 满足 $\mathbf{D}_i \cap \mathbf{D}_j = \emptyset$, 子字典之间的相干系数:

$$\mu_p \triangleq \max_{\substack{i \neq j \\ i \leq i, j \leq p}} \max_{k, l} |\langle g_k^i, g_l^j \rangle| \quad (8)$$

式中: g_k^i 、 g_l^j 为子字典 \mathbf{D}_i 、 \mathbf{D}_j 第 k 个和第 l 个原子, μ_p 越小子字典原子间相干性越弱^[15]。

将图像块中像素点的列向量 \mathbf{x} 在子字典展开:

$$\mathbf{x} = \sum_k \mathbf{D}_k \varphi_k \quad (9)$$

式中: φ_k 为尺度稀疏系数, $\varphi_k \in (0, 1)$ 。

2 基于双字典学习的超分辨率重构

图像超分辨率重建犹如传统的病态反问题, 其解不唯一, 字典学习是对重建结果进行约束以得到最优化的结果。在图像超分辨率重建中, 需要双字典, 一个是对低分辨率重建的低分辨率字典, 另一个是对超分辨率重建的超分辨率字典, 低分辨率和超分辨率属于异构数据^[16-17], 在实际中需要把异构数据进行同构化, 其过程为:

$$\min_{\mathbf{D}', \mathbf{W}', \boldsymbol{\alpha}} \sum_i \|\mathbf{x}_i - \mathbf{D}' \boldsymbol{\alpha}_i\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{y}_i - \mathbf{W}' \boldsymbol{\alpha}_i\|_2^2 + \lambda \|\boldsymbol{\alpha}_i\|_2 \quad (10)$$

式中: \mathbf{D}' 是低分辨率图像区域 \mathbf{x}_i 的字典; \mathbf{W}' 是超分辨率图像区域 \mathbf{y}_i 的字典; λ_0 和 λ 分别是正则化参数; $\boldsymbol{\alpha}_i$ 是满足低分辨率、超分辨率字典的稀疏表示。把低分

分辨率重建的字典使用在超分辨率重建的字典过程为:

$$\min_{p, \alpha} \sum_i \|z_i - P\alpha_i\|_2^2 + \lambda \|\alpha_i\|_2 \quad (11)$$

式中: $z_i = \begin{pmatrix} x_i \\ \lambda_0 y_i \end{pmatrix}$, $P = \begin{pmatrix} D' \\ \lambda W' \end{pmatrix}$

当稀疏字典 D' 和 W' 训练之后, 重建图像 Y_H' 通过特征算子 F_2 提取其特征集合 p'' , 与降维矩阵 B 相乘得 p'' 。在 D' 中得最佳匹配因子 α :

$$\begin{cases} (a^k) = \arg \min \sum_k \left\| \hat{p}'' - W'a^k \right\|^2 \\ \left\| a^k \right\|_0 \leq l \quad \forall k \end{cases} \quad (12)$$

$l \in (0, 0.05)$ 为控制残差。残差补偿过程为: 对重建高分辨率图像 Y_H' 随机采样, 获得相应的低分辨率图像 X_H^* , 计算 $X_H - X_H^*$, 对其值进行插值获取残差 l ; 最后将残差 l 叠加到重建图像 Y_H' 中, 最终获得超分辨率重建图像 Y_H'' 。

计算 X_H 的特征 p'' :

$$p'' = D'\alpha \quad (13)$$

则 X_H 最佳估计 X_H' 为:

$$X_H' = Y_H'' + p'' \quad (14)$$

算法流程:

- 1) 输入图像, 通过图像局部块建立字典模型;
- 2) 离线字典对图像稀疏编码;
- 3) 划分多个子字典进行学习, 图像块中像素点在子字典展开;
- 4) 双字典对超分辨率重建, 满足重建控制残差, 进行步骤 5), 否则进行步骤 2);
- 5) 输出图像。



(a) Lena Test

3 实验仿真

3.1 重建视觉对比

选择 Lena、Cameraman 作为训练集, 每幅图像采用 2000 个图像块来训练, 稀疏字典大小分别选择 256, 子字典个数为 32 个, 进行放大 4 倍的超分辨率仿真, 低分辨率图像取 4×4 图像块, 并保留与周围图像块 1 个像素的重叠, 对应的超分辨率图像取 9×9 图像块, 保留 3 个像素的重叠, 如图 1 所示。然后本文算法 ODDL 与 CDL、CODL、HRBLRDL、PDL、NEDL 分别进行比较, 其结果如图 2 和图 3 所示, 在具体实施过程中, 参数 $\lambda=0.01$, $\beta=1$, 从低分辨率图像的 2 倍放大图像中提取特征数据, 即 8×8 图像块。

在图 2 和图 3 的重建效果中, 本文算法处理的结果在纹理上要比其他算法更清晰, 可清楚看到本文算法图 2 的(a)中 Lena 头发边缘的自然曲线和图 3 的(a)中重建效果 Cameraman 的手指动作, 其他算法结果过于平滑, Lena 的眼部周围出现格子效应, Cameraman 的鼻子轮廓有锯齿现象, 消除放大图像的边缘伪迹, 实现了主客观良好的图像超分辨率重构。这是因为本文算法对每幅低分辨率图像特征块对应采用子字典中的稀疏编码判定误差, 选择最小误差子字典的特征部分重建图像块, 将重建图像中广泛存在的像素点保留下来, 奇异值点剔除掉, 保留了高频细节信息, 使得重建效果最佳, 其它的方法重建效果存在振铃和阴影缺陷。

3.2 完全参考图像质量评价

3.2.1 重建质量对比

重建图像质量峰值信噪比 (Peak Signal to Noise Ratio, PSNR) 评价参数:

$$\text{PSNR} = 10 \times \lg \left(\frac{255^2 \cdot N}{\sum_i^N (y_i - x_i)^2} \right) \quad (15)$$

式中: PSNR 单位为 dB, 值越大, 说明重建质量越好。



(b) Cameraman Test

图 1 Lena 和 Cameraman 的低分辨率和 4 倍超分辨率结果

Fig.1 Low resolution and 4 times super resolution result of Lena and Cameraman

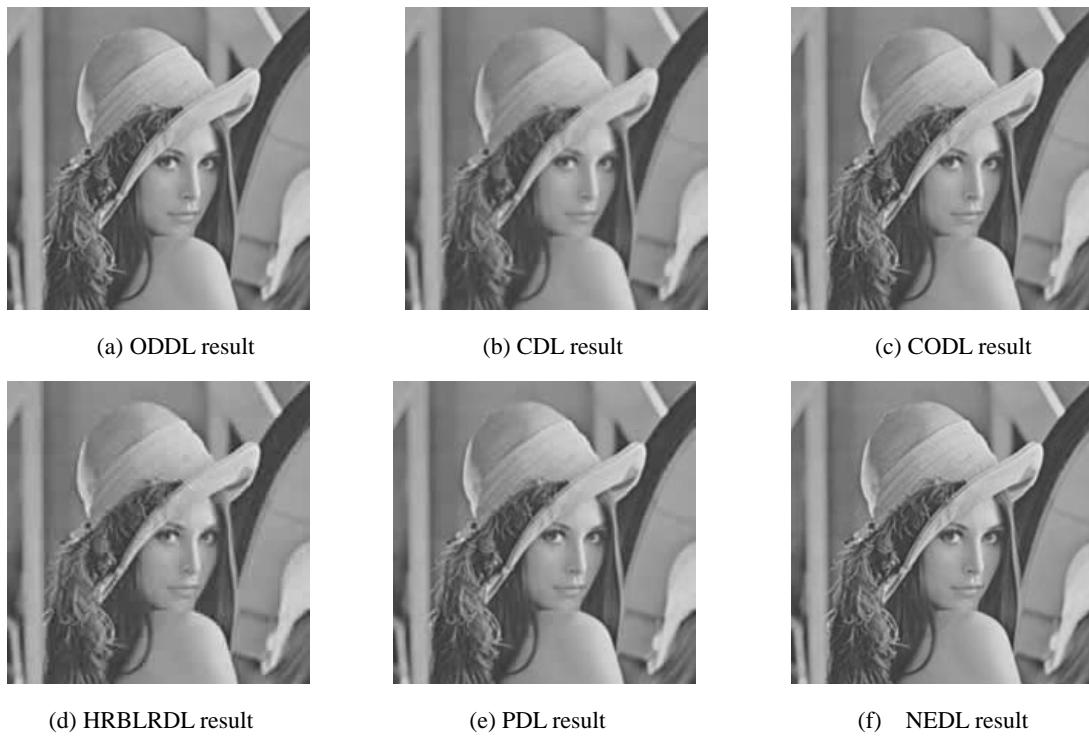


图2 Lena 重建效果

Fig.2 Lena resolution result

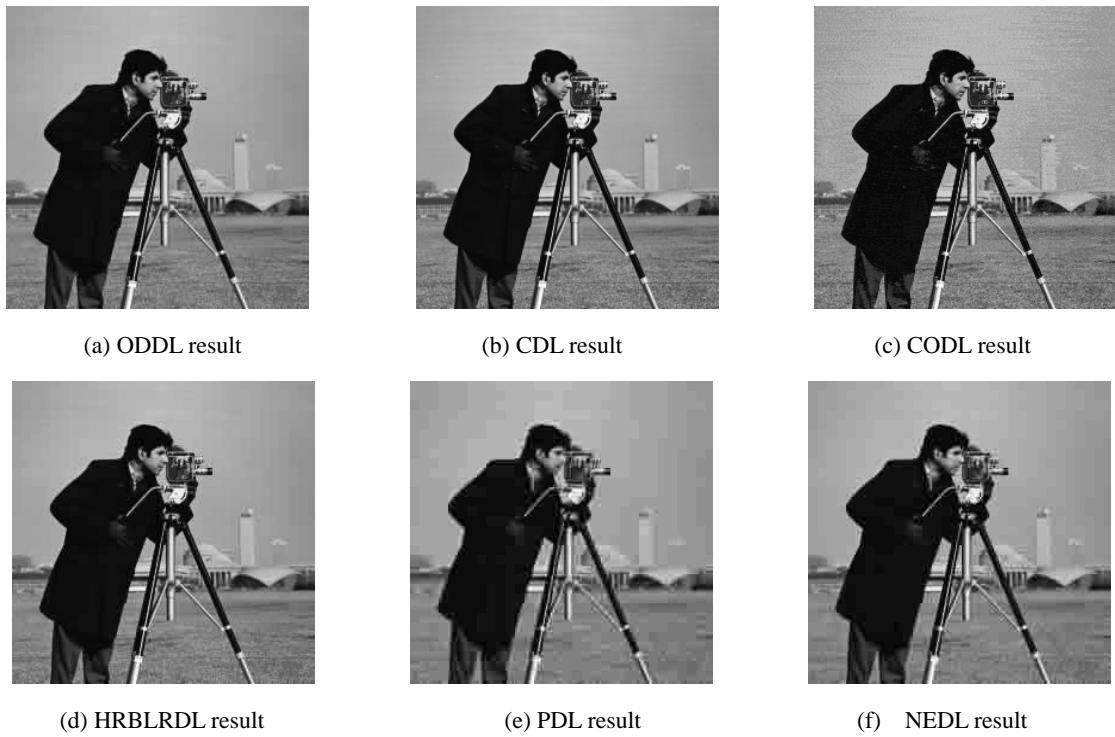


图3 Cameraman 重建效果 Fig.3 Cameraman resolution result

3.2.2 相似度指标

相似度指标 (Structural Similarity Index Measurement, SSIM) 衡量 2 幅图像相似程度, 其值越大越好, 最大为 1:

$$SSIM = \frac{4\mu_x\mu_y\sigma_{xy}}{(\mu_x^2 + \mu_y^2)(\sigma_x^2 + \sigma_y^2)} \quad (16)$$

式中: μ_x 和 μ_y 为均值; σ_x 和 σ_y 为方差; σ_{xy} 为 x 和 y 之间的协方差。

3.2.3 通用质量评价指数

通用质量评价指数 (Universal Image Quality Index, UIQI):

$$UIQI = \frac{4\sigma_{xy}\bar{x}\bar{y}}{(\sigma_x^2 + \sigma_y^2)[(\bar{x})^2 + (\bar{y})^2]} \quad (17)$$

式中: \bar{x}, \bar{y} 分别为标准图像和重建图像的均值; σ_x^2, σ_y^2 分别为其方差, σ_{xy} 为 2 幅图像的协方差。UIQI 值越接近 1, 重建效果越好。

3.2.4 偏差指数

偏差指数 (Difference Index, DI) 用来比较重建图像和标准图像偏离的程度, 定义重建图像的偏差指数的表达式为:

$$DI = \frac{1}{m \times n} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \frac{|y_{ij} - x_{ij}|}{x_{ij}} \quad (18)$$

式中: m, n 为图像宽和高; x_{ij}, y_{ij} 分别为标准图像和重建图像上对应 (i, j) 点的灰度值。偏差指数的大小反映了重建图像对标准图像的保持程度, 偏差指数越大, 重建效果越差。

3.2.5 边缘信息保持指数

边缘信息保持指数 (Edge Preserve Index, EPI), 考察图像经过重建后边缘不模糊, 边缘点不位移, 计算公式如下:

$$EPI = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \left(|y_{i,j} - y_{i-1,j-1}| + |y_{i,j} - y_{i-1,j}| + |y_{i,j} - y_{i-1,j+1}| + |y_{i,j} - y_{i,j-1}| + |y_{i,j} - y_{i,j+1}| + |y_{i,j} - y_{i+1,j-1}| + |y_{i,j} - y_{i+1,j}| + |y_{i,j} - y_{i+1,j+1}| \right)}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left(|x_{i,j} - x_{i-1,j-1}| + |x_{i,j} - x_{i-1,j}| + |x_{i,j} - x_{i-1,j+1}| + |x_{i,j} - x_{i,j-1}| + |x_{i,j} - x_{i,j+1}| + |x_{i,j} - x_{i+1,j-1}| + |x_{i,j} - x_{i+1,j}| + |x_{i,j} - x_{i+1,j+1}| \right)} \quad (19)$$

若 EPI 值接近 1, 说明重建图像与标准图像越接

近, 效果最好。

表 1 给出了图 2 和图 3 中不同算法的 PSNR、SSIM、UIQI、DI、EPI 值。

从表 1 的结果中可以看出, 对不同的图像本文算法的 PSNR、SSIM、UIQI、DI、EPI 值较优, 使重建图像质量较好, 这时因为多个子字典的 μ_p 越小子字典原子间的相干性越弱, 在图像超分辨率重建中, 对不同的分辨率图像采用不同的字典, 防止数据异构化, 同时本文算法在高、低分辨率图像块的字典上具有相同的表示系数, 在重建中利用控制残差对重建约束。

3.3 无参考质量评价

无参考质量评价 (Blind Image Quality Index, BIQI) 作为图像质量的评测算法, 不需要标准的优质图像作为参考, 返回评测的指标值介于 0~100 之间, 0 为质量最优, 100 为质量最差:

$$BIQI = \sum_{i=1}^5 p_i \times q_i \quad (20)$$

式中: p_i 为图像在 JPEG、JPEG2000、白噪声、高斯模糊、快衰落 5 类中的分布概率; q_i 为在相应 5 类中的失真程度, q_i 越小失真越小。评价不同算法在较大分辨率提升倍率下的重构效果, 低分辨率图像与不同倍率分辨率提升后重构图像的 BIQI 指标取平均值, 图 4 给出了平均 BIQI 指标与分辨率提升倍率之间的关系。

从图 4 可以看出本文算法在分辨率提升倍率增加情况下平均 BIQI 指标变化率增加较少, 保证了图像的重建质量, 其他算法在分辨率提升倍率较大时重构图像的质量下降十分明显。

表 1 不同算法的 PSNR、SSIM、UIQI、DI、EPI 值

Table 1 PSNR、SSIM、UIQI、DI、EPI of different algorithms

Image		Algorithm					
		ODDL	CDL	CODL	HRBLRDL	PDL	NEDL
Lena	PSNR/dB	33.7981	29.2830	27.3012	31.5689	30.3008	30.3094
	SSIM	0.9892	0.6935	0.8647	0.7360	0.9423	0.9639
	UIQI	0.9972	0.9133	0.9654	0.9781	0.9774	0.9151
	DI	0.1419	0.5595	0.4218	0.3157	0.2922	0.6557
Cameraman	EPI	0.9823	0.9318	0.9469	0.9462	0.9671	0.9248
	PSNR/dB	42.1481	37.2847	34.5665	40.2684	38.0912	40.2701
	SSIM	0.9811	0.7561	0.6908	0.8627	0.9355	0.9514
	UIQI	0.9985	0.9502	0.9344	0.9387	0.9716	0.9171
	DI	0.1094	0.5760	0.4898	0.3456	0.2463	0.6869
	EPI	0.9897	0.9397	0.9551	0.9426	0.9690	0.9384

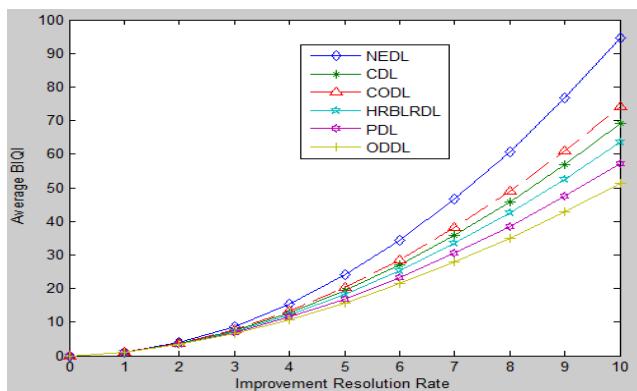


图4 平均 BIQI 指标与分辨率提升倍率之间的关系
Fig.4 Relationship of average BIQI and improvement resolution rate

4 总结

本文提出基于离线双字典学习算法对图像超分辨率进行重建,字典稀疏模型确定字典中原子数量,把稀疏编码统一到一个框架中进行优化编码,将图像块中像素点的列向量在子字典展开,确定重建控制残差条件,实验仿真显示本文算法重建效果清楚,峰值信噪比大, BIQI 最小,为图像超分辨率重建提供了一种新的参考方法。

参考文献:

- [1] Qiegen Liu, Shanshan Wang, Jianhua Luo. A novel predual dictionary learning algorithm[J]. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, 2012, **23**(1): 182-193.
- [2] Q. Barthélémy, A. Larue, J. I. Mars. Decomposition and dictionary learning for 3D trajectories[J]. *Signal Processing*, 2014, **98**(5): 423-437.
- [3] 江静, 张雪松. 图像超分辨率重建算法综述[J]. 红外技术, 2012, **34**(1): 24-30.
Jiang Jing, Zhang Xue-song. A Review of Super-resolution Reconstruction Algorithms[J]. *Infrared Technology*, 2012, **34**(1): 24-30.
- [4] Jianchao Yang, Zhaowen Wang, Zhe Lin, et al. Coupled dictionary training for image super-resolution[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2012, **21**(8): 3467-3478.
- [5] Mingli Song, Chun Chen, Jiajun Bu, et al. Image-based facial sketch-to-photo synthesis via online coupled dictionary learning[J]. *Information Sciences*, 2012, **193**(15): 233-246.
- [6] Roman Zeyde, Michael Elad, Matan Protter. On Single Image Scale-Up Using Sparse-Representations[C]//7th International Conferences on Curves and Surfaces, Avignon, France, 2010: 711-730.
- [7] S. F. Cotter, K. Kreutz-Delgado, B. D. Rao. Backward sequential elimination for sparse vector subset selection[J]. *Signal Processing*, 2001, **81**(9): 1849-1864.
- [8] Qidian Zhu, Lei Sun, Chengtao Cai. Non-local neighbor embedding for image super-resolution through FoE features[J]. *Neurocomputing*, 2014, **141**(10): 211-222.
- [9] 余雷, 满家巨, 刘利刚. 基于联合字典学习的图像去噪[J]. 湖南师范大学自然科学学报, 2013, **36**(6): 11-16.
Yu Lei, Man Jiaju, Liu Ligang. Image Denoising via Joint-Dictionary Learning[J]. *Journal of Natural Science of Hunan Normal University*, 2013, **36**(6): 11-16.
- [10] Liu Liu, Zhen weiShi. Airplane detection based on rotation invariant and sparse coding in remote sensing images[J]. *Optik-International Journal for Light and Electron Optics*, 2014, **125**(9): 5327-5333.
- [11] 梁锐华, 成礼智. 基于小波域字典学习方法的图像双重稀疏表示[J]. 国防科技大学学报, 2012, **34**(4): 126-131.
Liang Ruihua, Cheng Lizhi. Double sparse image representation via learning dictionaries in wavelet domain[J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2012, **34**(4): 126-131.
- [12] 李民, 程建, 汤万琼. 基于学习字典的图像类推方法[J]. 计算机应用研究, 2011, **28**(8): 3171-3173.
Li Min, Cheng Jian, Tang Wanqiong. Image analogies method based on learned dictionary[J]. *Application Research of Computers*, 2011, **28**(8): 3171-3173.
- [13] 段菲, 章毓晋. 一种面向稀疏表示的最大间隔字典学习算法[J]. 清华大学学报: 自然科学版, 2012, **52**(4): 566-570.
Duan Fei, Zhang Yujin. Max-margin learning algorithm for sparse representation[J]. *Journal of Tsinghua University (Natural Science Edition)*, 2012, **52**(4): 566-570.
- [14] 罗燕龙. 基于局部稀疏表示模型的在线字典学习跟踪算法研究[D]. 福建: 厦门大学, 2014: 45-60.
Luo YanLong. Representation of learning tracking model based on local sparse Online Dictionary[D]. Fujian: Xiamen University, 2014: 45-60.
- [15] 马路, 邓承志, 汪胜前, 等. 特征保留的稀疏表示图像去噪[J]. 计算机应用, 2013, **33**(5): 1416-1419.
Ma Lu, Deng Chengzhi, Wang Shengqia, et al. Feature-retained image de-noising via sparse representation[J]. *Journal of Computer Applications*, 2013, **33**(5): 1416-1419.
- [16] Ender M. Eksioglu. Online dictionary learning algorithm with periodic updates and its application to image denoising[J]. *Expert Systems with Applications*, 2014, **41**(8): 3682-3690.
- [17] 彭真明, 景亮, 何艳敏, 等. 基于多尺度稀疏字典的多聚焦图像超分辨率融合[J]. 光学精密工程, 2014, **22**(1): 169-175.
Peng Zhenming, Jing Liang, He Yanmin, et al. Superresolution fusion of multi-focus image based on multiscale sparse dictionary[J]. *Editorial Office of Optics and Precision Engineering*, 2014, **22**(1): 169-176.