

# 基于 DWT 的高频系数压缩感知图像融合

孙永明, 吴 谨, 刘 劲, 邓 丹

(武汉科技大学 信息科学与工程学院, 湖北 武汉 430081)

**摘要:** 传统的基于 DWT 的压缩感知图像融合方法针对的是整个稀疏系数, 由于小波系数的低频部分为非稀疏的, 导致其压缩重构质量差。针对该问题, 提出了一种基于 DWT 高频系数压缩测量的融合方法, 该压缩模式可以提高重构信号的质量, 进而提高融合图像的效果。首先, 对图像作小波稀疏变换, 得到低频和高频系数, 并对高频系数压缩测量得到测量值; 然后, 在小波域和压缩域分别进行融合, 并对融合后的测量值进行重构得到融合后的高频系数; 最后, 经小波逆变换得到融合后的图像。实验结果表明, 本压缩感知模式较传统的压缩感知模式在减少压缩数据量的同时提高了图像的融合效果。

**关键词:** 图像融合; 小波变换; 压缩感知; 稀疏信号

中图分类号: TP391.41

文献标识码: A

文章编号: 1001-8891(2014)09-0714-05

## Image Fusion Based on Compressed Sensing of DWT High Frequency Coefficients

SUN Yong-ming, WU Jin, LIU Jing, DENG Dan

(College of Information Science and Engineering, Wuhan University of Science & Technology, Wuhan 430081, China)

**Abstract:** Traditional compressed sensing image fusion method based on DWT is for the sparse coefficient. Because the wavelet coefficients of low frequency part is not sparse, the quality of reconstruction is bad. Aiming at this problem, this paper proposes a fusion method based on compressed sensing of DWT high frequency coefficients, which does good to the quality of the reconstructed signal, and then improve the effect of the fused image. First, the images are decomposed by wavelet transform and the high frequency coefficients compressed for measured value. Then, the work of fusion is done in wavelet domain and compressed domain respectively, and the measured value is reconstructed to gain the high frequency coefficients. Finally, the fused image gained through inverse wavelet transform. Experimental results show that the high frequency compressed mode is better both in reducing compressed data and improving the effect of fused image compared with traditional compressed mode.

**Key words:** image fusion, wavelet transform, compressed sensing, sparse signal

## 0 引言

图像融合是将多个传感器获得的某一场景的多幅图像进行综合, 以获得信息更丰富、更符合人眼视觉特性或更适于计算机处理的新图像。其应用已遍及安防监控、机场导航、医学成像与诊断、工业过程、人工智能和军事等领域<sup>[1]</sup>。

针对航拍图像和卫星图像等数据量大和存储计算条件有限这一特殊环境, 将压缩感知理论用于该类图像融合, 有其现实意义。首先, 图像信号在采样的过程中同时实现压缩处理, 这样可以降低对采样设备

的要求; 其次, 融合对象是压缩后的测量值, 大大减小了计算量和对存储空间的要求; 最后, 将融合后的测量值传送回地面站点再做后续重构处理, 保证了重构的速度。

压缩感知 (Compressed Sensing, CS) 理论是 Candes、Donoho 和 Tao 等人于 2004 年提出的一种新的信息获取理论, 与传统的压缩有所不同, 其核心思想是在信号采样的同时实现信息的压缩<sup>[2]</sup>, 它突破了奈奎斯特 2 倍最低采样频率的限制。理论证明, 稀疏信号或者可压缩信号都满足压缩感知应用的条件<sup>[3]</sup>, 都可以利用合理的测量矩阵对其进行观测采样, 将其

收稿日期: 2014-04-08; 修订日期: 2014-05-22.

作者简介: 孙永明 (1987-), 男, 湖北潜江人, 硕士研究生, 主要从事图像融合研究工作。E-mail: jmlveyou2008@sina.com。

基金项目: 湖北省自然科学基金项目, 编号: 2013CFB333; 湖北省教育厅科研计划项目, 编号: Q20131110。

投影到低维的向量空间, 并且这样的投影满足信号重构的条件, 通过一定的重构算法就能够从低维向量空间恢复出原始高维稀疏信号<sup>[4]</sup>。

## 1 信号的稀疏表示

信号的稀疏性是压缩感知应用的前提, 其数学定义如下: 设  $\mathbf{x}$  为信号的向量形式, 定义  $\mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$  的  $p$ -范数为:

$$\|\mathbf{x}\|_p = \left( \sum_{i=1}^N |x_i|^p \right)^{1/p} \quad (1)$$

对于信号  $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^N$ , 其在正交基  $\Psi = \{\psi_i^T\}_{i=1}^N, \psi_i \in \mathbf{R}^M, M < N$  的变换下可表示为:

$$\Theta = \Psi \mathbf{x}^T \quad (2)$$

若满足  $\|\Theta\|_p \leq k$ , 同时满足  $0 < p < 2$  和  $k > 0$ , 则称  $\Theta$  在基  $\Psi$  下的表示是稀疏的。当  $p=0$  时, 0-范数的数学含义为非零元素的个数, 此时称  $\Theta$  在基  $\Psi$  下的表示是  $k$ -稀疏的<sup>[5-6]</sup>。

原始的图像信号大多数都不是稀疏信号, 但都是可压缩的信号, 其在变换域大部分都具有稀疏性。图像信号经稀疏变换 (如傅立叶变换, 余弦变换, 小波变换等) 后得到的稀疏系数就是图像的稀疏表示形式。

## 2 信号的压缩采样及重构

假设图像信号  $\mathbf{X} \in \mathbf{R}^{N \times N}$ , 它的稀疏基为  $\Psi \in \mathbf{C}^{N \times N}$ ,  $\Psi \Psi^T = \Psi^T \Psi = \mathbf{I}$ , 其中  $\mathbf{I}$  为单位矩阵。利用稀疏基  $\Psi$  对  $\mathbf{X}$  进行稀疏变换, 可以得到  $\mathbf{X}$  在  $\Psi$  域的等价表示  $\Theta = \Psi \mathbf{X}$ 。

对  $\mathbf{X}$  稀疏变换后, 需要设计一个合理的测量矩阵  $\Phi \in \mathbf{Z}^{M \times N}$ ,  $M < N$ , 实现对信号  $\mathbf{X}$  的观测取值, 获得观测值  $\mathbf{Y}$ , 其大小为  $M \times N$ 。即:

$$\mathbf{Y} = \Phi \Theta = \Phi \Psi \mathbf{X} \quad (3)$$

测量矩阵设计的目的是如何采样得到  $M$  个观测值, 并保证从少量观测值中有效重构出长度为  $N$  的高维信号  $\mathbf{X}$ , 或其等价表示  $\Psi$  域下的稀疏测量值。由于观测集合  $\mathbf{Y}$  的数量小于原始信号  $\mathbf{X}$  的维数, 因此重构信号  $\mathbf{X}$  变成了一个求解欠定性方程组的问题, 不易求解。但当  $\Phi \times \Psi$  满足有限等距特性 (Restricted Isometry Property, RIP)<sup>[7-8]</sup> 时, 欠定性方程组的求解问题可转化为  $l_0$  范数的最优化求解问题。

$$\hat{\Theta} = \arg \min \|\hat{\Theta}\|_0, \quad \mathbf{Y} = \Phi \Psi \mathbf{X} \quad (4)$$

RIP 给出了上式高概率重构的条件。因此,  $\Phi \times \Psi$

必须满足 RIP 条件。而  $\Phi \times \Psi$  是否满足 RIP 条件由  $\Phi$  和  $\Psi$  间的相关性决定<sup>[9]</sup>, 如果不相关, 则  $\Phi \times \Psi$  具有 RIP 性质的概率很高<sup>[10]</sup>。CS 理论的框架如图 1 所示。

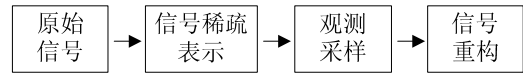


图1 CS理论框架 Fig.1 CS theoretical framework

图 2 给出了图像信号的 DWT 稀疏表示、部分哈达玛矩阵观测采样和重构结果。其中, 图(a)为原图, 图(b)为原图的小波稀疏系数表示, 图(c)为测量值, 图(d)为测量值重构结果。

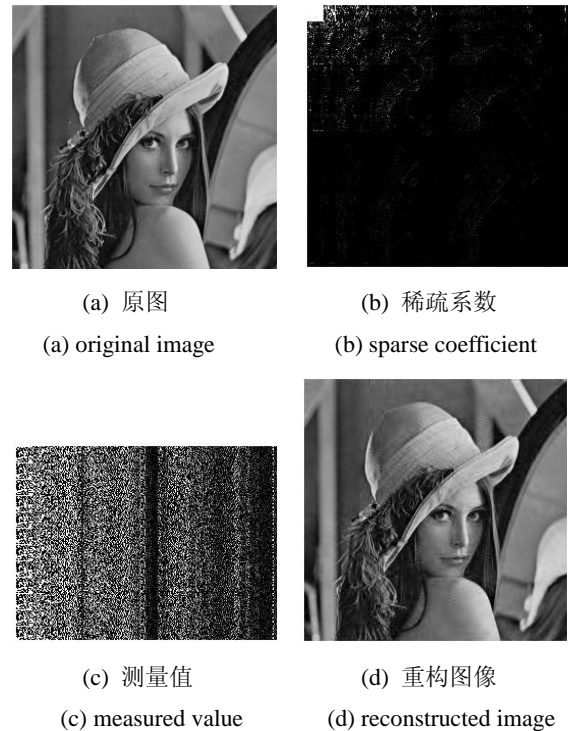


图2 图像压缩重构结果

Fig.2 Reconstruction result of compressed image

## 3 高频系数压缩感知图像融合

重构算法对信号重构质量的好坏直接影响融合质量的好坏, 重构质量除了与重构算法本身有关外, 还与测量矩阵密切相关, 同时, 压缩感知理论只对稀疏信号有意义, 信号的稀疏度对信号能否精确重构也有影响。

小波稀疏变换得到的系数如图 2(b)所示, 高频系数大多数为零, 稀疏度高, 而低频系数大多数非零, 低频系数影响了整个系数的稀疏度, 针对小波稀疏系数的这一特点, 只对高频系数测量取值, 低频系数直接融合, 这样就提高了重构的精度, 进而提高融合图像的效果。具体的融合步骤如下:

第 1 步: 对两幅源图像  $f_1$  和  $f_2$  分别进行小波稀疏

变换, 得到小波稀疏系数 $[A_1, G_1]$ 和 $[A_2, G_2]$ ;

第2步: 对低频系数 $A_1, A_2$ 按照取平均的规则进行融合, 得到融合后的低频系数 $A$ ;

第3步: 分别对高频小波稀疏系数 $G_1$ 和 $G_2$ 进行测量取值, 得到测量值 $Z_1$ 和 $Z_2$ ;

第4步: 对测量值 $Z_1, Z_2$ 按照绝对值取大的规则进行融合, 得到融合后的测量值 $Z$ ;

第5步: 对测量值 $Z$ 采用正交匹配追踪(Orthogonal Matching Pursuit, OMP)算法<sup>[11]</sup>进行重构, 得到融合后的高频稀疏系数 $G$ ;

第6步: 对 $[A, G]$ 进行小波逆变换, 得到融合后的图像 $f$ 。

其融合框图如图3所示。

4 实验结果及分析

实验选取大小为 $512 \times 512$ 的Pepsi左右聚焦图像和Peppers中心周围聚焦图像, 在采样率为50%的情况下, 分别在两种融合模式下, 用哈达玛测量矩阵进行CS图像融合, 得到融合图像的均方根误差(RMSE)、峰值信噪比(PSNR)、空间频率(SF)、平均梯度(G)如表1、表2所示, 融合效果如图4、图5所示。其中, 图(a)、(b)分别为待融合源图像, 图(c)为传统的

压缩感知融合结果, 图(d)~(h)分别为1~5层小波分解的高频系数压缩感知融合结果。

从主观上容易看出, 高频压缩感知在小波分解层数较小的情况下就可以达到甚至高于传统的压缩感知融合效果。从表1、表2中的数据可知, 高频压缩感知融合模式在各层小波分解下得到的融合图像比传统压缩融合模式都具有更好的融合效果。当分解层数为分别为4层和3层时, 融合图像各项评价指标达到最优, 融合效果最好。可见, 在减少小波分解层数的同时提高了融合效果。

从表1、表2中的数据和图4、图5融合效果图都可以看出, 本文基于DWT高频的压缩感知比传统的压缩感知图像融合更具优越性。

5 结论

基于压缩感知的图像融合技术在减小中间计算量和存储空间方面有优越性, 但其重构图像效果较差。本文针对小波稀疏基下低频部分系数不具有稀疏性, 影响重构质量的问题, 提出了低频系数直接取平均, 高频压缩取值后绝对值取大的融合方案。实验结果表明在减少小波分解层数的同时, 提高了融合图像的质量, 取得了较好的融合效果。

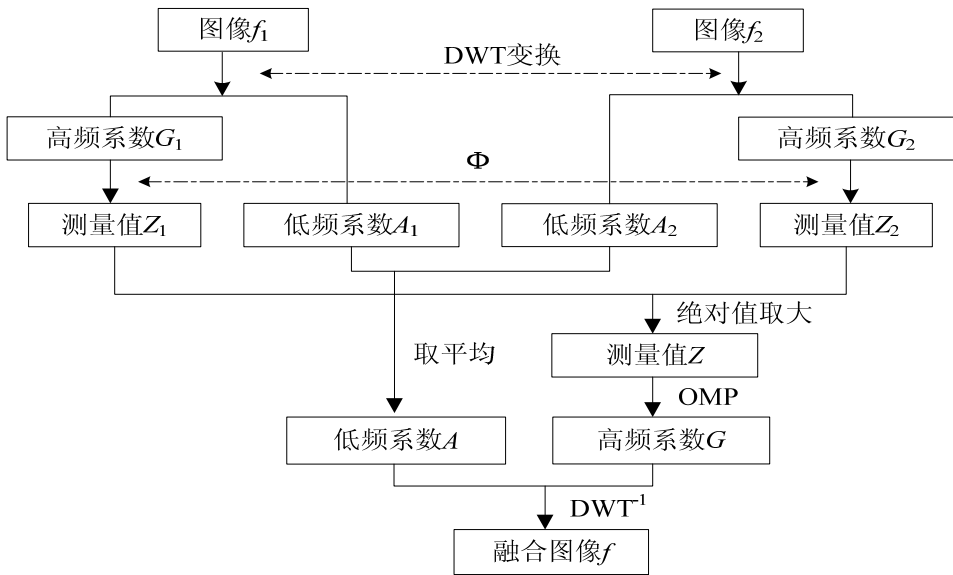


图3 基于CS高频系数融合框图

Fig.3 Image fusion framework based on CS high frequency coefficient

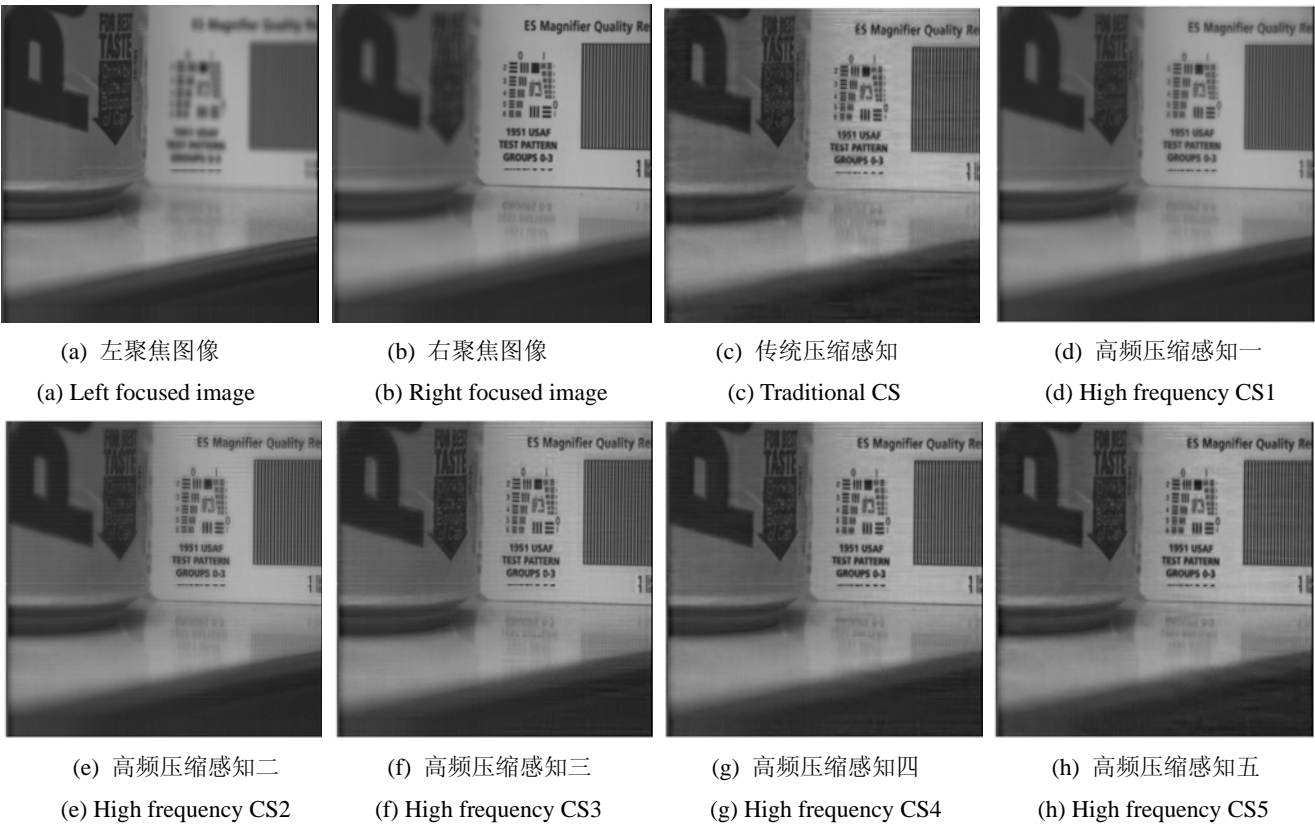


Fig.4 Fusion results of Pepsi image



Fig.5 Fusion results of Peppers image

表 1  Pepsi 图像传统压缩和高频压缩融合结果  
Table 1  Pepsi image fusion results of traditional CS and high frequency CS

		RMSE	PSNR	SF	G
传统压缩感知 5 层分解		6.0568	32.4859	13.2994	4.4001
高频压缩感知	1 层分解	6.6012	31.7383	10.7908	2.8469
	2 层分解	5.7228	32.9786	13.1348	3.7984
	3 层分解	5.1970	33.8157	13.5424	4.0310
	4 层分解	5.0055	34.1418	13.5603	4.0587
	5 层分解	5.3557	33.5545	13.4821	4.0268

表 2  Peppers 图像传统压缩和高频压缩融合结果  
Table 2  Peppers image fusion results of traditional CS and high frequency CS

		RMSE	PSNR	SF	G
传统压缩感知 5 层分解		7.6928	30.4091	13.1433	4.8336
高频压缩感知	1 层分解	7.3400	30.8169	10.9029	3.8535
	2 层分解	7.7302	30.3670	12.8981	4.7254
	3 层分解	7.3124	30.8496	13.3851	4.8956
	4 层分解	7.3500	30.8050	13.3362	4.9031
	5 层分解	7.5422	30.5809	13.2169	4.8679

参考文献:

[1] 吴仰玉, 纪峰, 常霞, 等. 图像融合研究新进展[J]. 科技创新导报, 2013(1): 49-52.

[2] 黄晓生, 戴秋芳, 曹义亲. 一种基于小波稀疏基的压缩感知图像融合算法[J]. 计算机应用研究, 2012, 29(9): 3581-3583.

[3] D. Donoho. Compressed sensing[C]//*IEEE Transform on Information Theory*, 2006, 52(4): 1289-1306.

[4] Candes E, Tao T. Near optimal signal recovery from random projections: universal encoding strategies[J]. *IEEE Transation on Information Theory*, 2006, 52(12): 5406-5425.

[5] Meng Ding, Li Wei, Bangfeng Wang. Research on fusion method for infrared and visible images via compressive sensing[J]. *Infrared Physics & Technology*, 2013(57): 56-67.

[6] 薛模根, 刘存超, 徐国明, 等. 基于多尺度字典的红外与微光图像融合[J]. 红外技术, 2013, 35(11): 696-701.

[7] Donoho D L, Tsaic Y. Extensions of compressed sensing[J]. *Signal Processing*, 2006, 86(3): 533-548.

[8] Donoho D L. For most large under-determined systems of linear equations the minimal l1-norm solution is also the sparsest solution[J]. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 2006, 59(6): 797-829.

[9] 赵瑞珍, 秦周, 胡绍海. 一种基于特征值分解的测量矩阵优化方法[J]. 信号处理, 2012, 28(5): 653-657.

[10] 郑万泽, 何劲, 魏星, 等. 基于 Contourlet 变换的图像压缩感知重构[J]. 计算机工程, 2012, 38(12): 194-196.

[11] Needell D, Vershynin R. Uniform uncertainty principle and signal recovery via regularized orthogonal matching pursuit[J]. *Foundations of Computational Mathematics*, 2007, 9(3): 317-334.