

# 基于主成分分析的图像自适应阈值去噪算法

李俊秀，姜三平

(中北大学 信息与通信工程学院, 山西 太原 030051)

**摘要:** 主成分分析(PCA)是一种将多个变量通过线性变换选出较少个数重要变量的一种多元统计方法。在图像去噪中, 由于图像的局部相似性, 提出一种新的有效的去除噪声的算法。通过块匹配法寻找出相似块作为训练样本, 利用主成分分析提取信号的主要特征, 然后根据统计理论中最小均方误差方法构造线性自适应阈值方程, 对含噪图像的每一块进行自适应阈值去噪。实验结果表明, 该方法能有效去除图像的高斯白噪声, 并同时能很好的保持边缘等的细节信息。

**关键词:** 主成分分析; 块匹配; 自适应阈值; 图像去噪

中图分类号: TP391.41 文献标识码: A 文章编号: 1001-8891(2014)04-0311-04

## Adaptive Threshold Image Denoising Algorithm Based on Principal Component Analysis

LI Jun-xiu, JIANG San-ping

(Information and Communication Engineering College, North University of China, Taiyuan 030051, China)

**Abstract:** Principal component analysis (PCA) is a multivariate statistical method which selects a few important variables through a linear transformation of Multiple variables. In image denoising, because of the local similarity of images, a new and effective noise removal algorithm is put forwarded. The similar blocks are found out as training samples by block matching algorithm and the main signal feature extraction is extracted by PCA, and then, an adaptive threshold is used to each denoised block to remove noise. The experimental results show that the method can effectively remove the image of Gauss white noise, and at the same time, can be very good to keep the edge detail information.

**Key words:** principal component analysis, block match, adaptive threshold, image denoising

## 0 引言

在图像的传输过程中, 噪声总是不可避免的影响着图像的质量, 因此, 图像去噪是各种图像处理领域一个根本和广泛的研究课题, 去除图像中的噪声最关键的是保存图像的重要特征信息并同时能有效抑制噪声。近年来, 研究去噪的方法有很多种, 从最早的空间域降噪、频域滤波<sup>[1]</sup>等方法到近期的小波变换<sup>[2-4]</sup>, 曲波变换<sup>[5]</sup>, 脊波变换<sup>[6]</sup>以及稀疏表示<sup>[7]</sup>、K-SVD<sup>[8]</sup>、等, 在这些算法中, 小波变换(WT)受到了人们很大的关注, 它被证实是一种很有效的图像去噪方法, 它通过一个固定的能伸缩和平移小波基来进行图像的分析。但是, 对于一副自然图像, 它有着丰富的结构模式, 不能只通过一个固定的小波基来完全的表达, 为了克服这一问题, 在文献[9]中, Muresan

和 Parks 提出了一种基于 PCA 的空间自适应方法, 该方法通过计算局部自适应基然后对图像进行变换, 很好的克服了上述问题。在文献[7-8]中, Elad 和 Aharon 提出了基于数据稀疏及冗余表达方法以及基于 K-SVD 的去噪算法, 这两种方法将信号很好的进行了稀疏表示, 能更加有效的表示和处理图像等高维空间数据, 但计算过程相对比较复杂。

主成分分析法(Principal Component Analysis, PCA)的应用已遍及信号和图像分析的多个研究领域, 在高斯白噪声中, 它能很好的对高维数据进行降维处理<sup>[10]</sup>简化了复杂的高维计算难度。本文主要是根据图像的局部相似性, 通过块匹配寻找出相似块作为训练样本, 然后利用主成分分析提取信号的重要特征, 最后对每一块进行自适应阈值去噪, 使含有细节内容丰富的子块的阈值小一些, 含有细节内容较少的

子块的阈值大一些，在去除噪声的同时实现对边缘细节的有效保护，获得视觉效果良好，性噪比更高的恢复图像。

## 1 基于块匹配的PCA变换

图像的每一个像素都是由其位置及其灰度值来描述，图像的局部信息可以表示为相邻像素组成的图像块，我们利用PCA对图像 $I$ 的每个像素点进行去噪，就需要找到一个与其对应的合适的训练集 $X$ 。我们以像素点 $x$ 为中心，取大小为 $K \times K$ 的小块作为中心块，在以 $x$ 为中心的大窗 $L \times L$ 内选取与中心块相似的块，我们将这些块均用列向量表示。在本文中，我们将噪音都假设为高斯白噪声，所以有：

$$X_v = x + v \quad (1)$$

为了从噪声图像中获得更好的原始图像 $x$ ，我们对每一个像素点进行PCA去噪处理，我们将寻找块相似块的方法称为块匹配法，在窗 $L \times L$ 内有 $(L-K+1)^2$ 个 $X_v$ 变量的相似训练块，记 $I_0(x)$ 为没被噪音污染的灰度值， $I(x)$ 为有噪音污染的灰度值， $v(x)$ 为噪音的灰度值，由于噪音与信号时相互独立的，容易计算出方差为：

$$e_i \approx \frac{1}{m} \sum \left( I(x) - I(x_i)^2 \right) + 2\sigma^2 \quad (2)$$

若

$$e_i < T + 2\sigma^2 \quad (3)$$

成立，我们就选择 $x_i$ 为一个训练样本，我们利用这种方法来选取训练样本，从所选的样本集中最近似的 $n$ 个样本构成样本集 $X$ ， $X$ 为 $m \times n$ 矩阵，用行向量表示为 $X = [(x_0)^T, (x_1)^T, (x_2)^T, \dots, (x_{m-1})^T]^T$ ， $x_i$ 为 $X$ 的第 $i+1$ 行，同时我们记没被噪音污染的灰度值为：

$$I_0(X) = [I_0(x_0)^T, I_0(x_1)^T, I_0(x_2)^T, \dots, I_0(x_{m-1})^T]^T \quad (4)$$

被噪音污染的灰度值为：

$$I(X) = [I(x_0)^T, I(x_1)^T, I(x_2)^T, \dots, I(x_{m-1})^T]^T \quad (5)$$

将上式(4)(5)分别中心化，我们近似得到：

$$\bar{I}(X) = \bar{I}_0(X) + v(X) \quad (6)$$

由于噪音与原始图像相互独立，且噪音为高斯白噪音，由计算我们近似协方差可以表示为：

$$\Omega \approx \Omega_0 + \Omega_v \quad (7)$$

式中： $\Omega_0 = (1/n) \bar{I}_0(X) \bar{I}_0(X)^T = \Phi_0 A_0 \Phi_0^T$ ； $\Phi_0$ 为 $m \times m$ 的正交阵； $A_0$ 为对角阵，对角元素是 $\Phi_0$ 的特征根，我们知道噪音的协方差是一个 $m \times m$ 的对角阵，它的所有对角元素为 $\sigma^2$ ，从而我们有 $\Omega_v = \sigma^2 I$ ， $I$ 为单位 $m \times m$ 的单位矩阵，所以有：

$$\Omega = \Phi A \bar{\Phi} \approx \Omega_0 + \Omega_v = \Phi_0 (A_0 + \sigma^2 I) \Phi_0^T = \Phi_0 A \bar{\Phi}_0 \quad (8)$$

由上式可知， $\Omega$ 与 $\Omega_0$ 有相同的特征向量，即 $\Phi_0^T = \Phi^T$ 。因此我们得到PCA的变换矩阵为：

$$P_0 = \Phi_0^T = \Phi^T \quad (9)$$

由PCA变换公式，我们将 $P_0$ 作用于 $\bar{I}(X)$ ，于是得到：

$$Y = P_0 \bar{I}(X) = P_0 \bar{I}_0(X) + P_0 v(X) \quad (10)$$

经过PCA变换后，高斯噪声能量分布在整个变换域，而图像的能量集中分布在几个重要分量组成的子空间里。如果我们通过简单的软、硬阈值等方法在变换域中进行处理，效果并不是很理想，所以为了能更好更准确的对每个子块的阈值进行估计，我们提出了一种新的阈值处理方法——自适应阈值处理。

## 2 基于PCA的图像自适应阈值去噪

由式(1)~(10)我们完成了对 $M$ 个行向量的重构，即实现了对 $n$ 个样本集 $X$ 的重构，得到了每个子块的重构矩阵 $Y$ 。根据噪音与信号分布的规律，我们知道，图像信号的能量主要集中在几个重要分量的子空间里，能量比较集中，幅值较大，而噪音能量分布在整个变换领域，比较分散，幅值较小，考虑到这种特性，我们对边缘区域以减小阈值来保留更多的有用信息，对噪音区域通过增加阈值来去掉更多的噪音，以此来达到我们更好去噪效果的目的。

记 $Y_i = Y_{0i} + \Delta_i$ ， $i$ 表示相应数据阵的第 $i$ 行，根据文献[11]利用线性最小均方误差法我们得出估计值 $\hat{Y}_0$ 。由 $P_0^{-1} = P_0^T$ 可以求得 $\bar{I}_0(X)$ 的估计值 $\hat{I}_0(X)$ ，有：

$$\hat{I}_0(X) = P_0^T \cdot \hat{Y}_0 \quad (11)$$

由于在变换过程中减去均值，故 $I_0(X)$ 的估计值 $\hat{I}_0(X)$ 为：

$$\hat{I}_0(X) = \overline{\hat{I}_0(X)} + \mu \quad (\mu \text{为均值向量}) \quad (12)$$

由式(11)(12)我们得到了第一列目标块处理前后

的估计值,以此类推我们进行下一像素点灰度值的估计。根据以上步骤我们完成了对每个像素点的去噪处理,从而整副图像的噪声被消除。

综上所述,本文提出的基于主成分分析的图像自适应阈值去噪算法的具体步骤如下:

- 1) 对带噪图像利用块匹配法选取相似块,组成PCA变换的训练集;
- 2) 对每个块进行PCA变换,得到变换域;
- 3) 采用自适应阈值对PCA变换域中的信号进行估计;
- 4) 对处理后的各子块进行PCA逆变换,得到第一次去噪后的图像;
- 5) 对第一阶段输出的图像再进行第二阶段的噪声消除,步骤同上,最终得出降噪图像。

本文算法的流程图如图1所示。

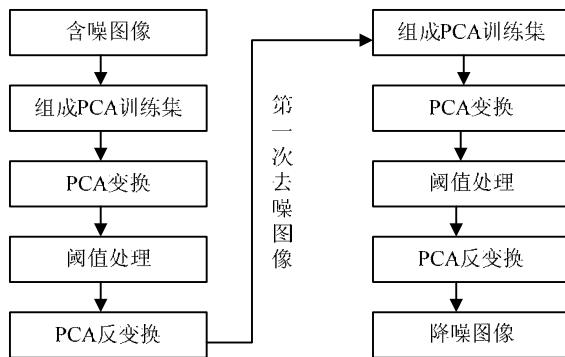


图1 本文算法流程图

Fig.1 Algorithm Flow chart of this article

### 3 实验结果及分析

#### 3.1 降噪评价参数

记原始图像为  $I$ , 去噪后图像为  $S$ , 本文主要选取

以下两种评价标准作为对降噪图像的定量评估<sup>[13-14]</sup>。

1) 峰值信噪比 (Peak Signal to Noise Ratio, PSNR), 定义如下:

$$\text{PSNR} = 10 \times \lg \left( \frac{255^2}{\text{MSE}} \right) \quad (13)$$

式中: MSE 为原始图像与降噪后图像的平均平方误差值。

2) 图像结构相似质量指数 (structure similarity, SSIM), 定义如下:

$$\text{SSIM} = \frac{(2\sigma_{I,S} + c_2)(2\bar{I} \cdot \bar{S} + c_1)}{(\sigma_I^2 + \sigma_S^2 + c_2)(\bar{I}^2 + \bar{S}^2 + c_1)} \quad (14)$$

结构相似指数<sup>[15]</sup>用均值作为亮度的估计,标准差作为对比度的估计,协方差作为结构相似程度的度量。式中,  $\sigma_I$ 、 $\sigma_S$  分别为原始图像和降噪图像的方差,  $\sigma_{I,S}$  为两幅图像的互协方差。 $c_1$  与  $c_2$  为非负常数,  $c_1$  通常取值为  $(0.001 \times 255)^2$ ,  $c_2$  通常取值为  $(0.03 \times 255)^2$ 。

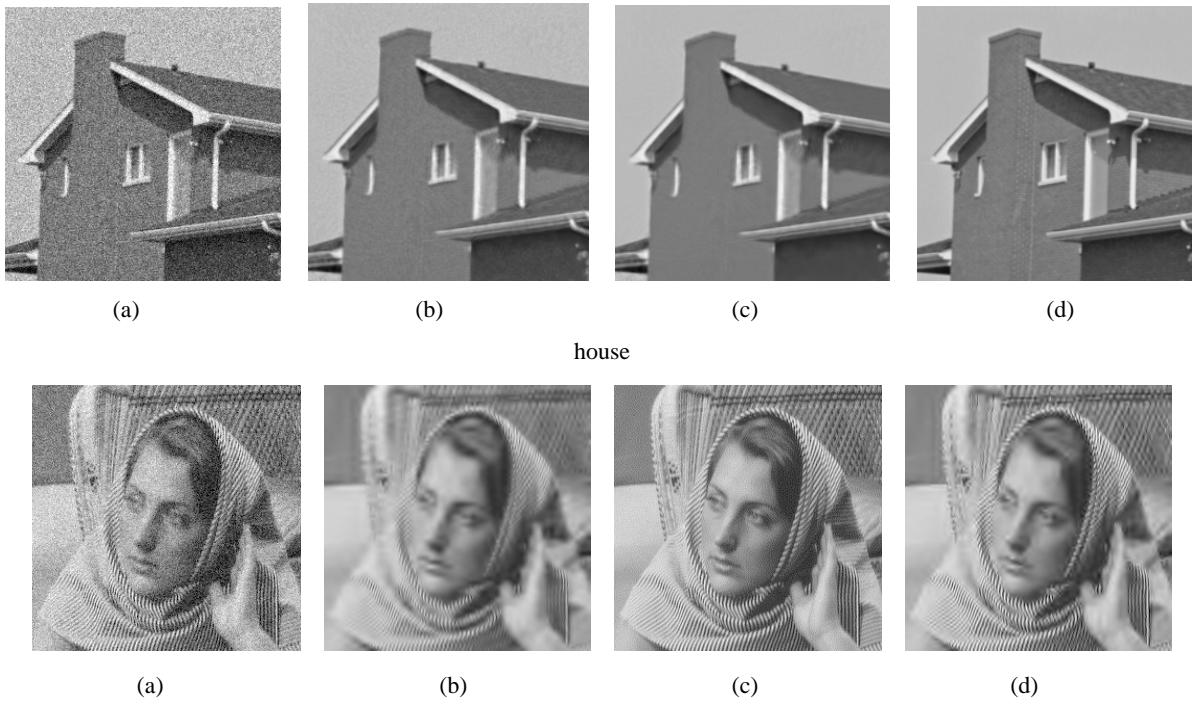
#### 3.2 实验结果及分析

本次实验是以 matlab7.10.0 (R2010a) 为基本仿真平台,选取两幅  $256 \times 256$  像素大小的 house 和 Barbara 标准测试图像进行实验。我们设置参量  $L=41$ ,  $K=5$ ,  $T$  进行经验选取。为了方便,在实验室中,均对原始图像增加均值为 0, 标准差分别为 10、20、30、40 的高斯白噪声,对含有噪声的图像利用本文方法进行去噪仿真处理,并记录实验结果,在实验中,将本文算法分别与基于小波的 BayesShrink 阈值去噪<sup>[3]</sup>, LPG-PCA<sup>[12]</sup>两种算法进行比较,表1给出了不同去噪方法在不同噪声水平下进行图像处理后所得的 PSNR, SSIM, 图2给出了噪声标准差  $\sigma=20$  时的两幅图像的去噪结果。实验结果如表1、图2所示。

表1 几种算法的去噪图像峰值信噪比 (PSNR) 和结构相似指数 (SSIM)

Table 1 Several algorithms' denoised image peak signal to noise ratio (PSNR) and structural similarity index (SSIM)

图像	噪声标准差 $\sigma$	峰值信噪比 (PSNR / dB) / 结构相似指数 (SSIM)			
		噪声图像	文献[3]去噪	文献[12]去噪	本文去噪
house	10	35 (0.9003)	34.4 (0.8791)	35.5 (0.8960)	36.0 (0.9011)
	20	31.8 (0.8084)	31.3 (0.8199)	32.7 (0.8458)	33.1 (0.8551)
	30	29.3 (0.7225)	29.4 (0.7829)	30.7 (0.8137)	31.3 (0.8318)
	40	27.3 (0.6243)	28.1 (0.7409)	29.1 (0.7771)	30.5 (0.7987)
Barbara	10	32.5 (0.9375)	31.6 (0.9241)	32.3 (0.9349)	32.7 (0.9378)
	20	28.3 (0.8530)	27.4 (0.8314)	28.4 (0.8646)	28.6 (0.8819)
	30	26.0 (0.7663)	25.1 (0.7472)	26.3 (0.7919)	26.8 (0.8176)
	40	24.2 (0.6741)	23.5 (0.6696)	24.7 (0.7262)	24.9 (0.7375)



(a)为噪声图像, (b)为文[3]去噪结果, (c)为文[12]去噪结果, (d)为本文算法

图2  $\sigma=20$ 时各算法的去噪结果对比

Fig.2 The comparison of denoising results among several algorithms when  $\sigma=20$

从表1中我们可以看出,在 $\sigma=40$ 时,对house(a)图的峰值信噪比(PSNR)本文算法有了明显的提高,比其他算法分别提高了2.4 dB、1.4 dB,同时由数据可以看出对于结构相似度(SSIM)比其他算法高出了0.0578、0.0216,对Barbara图像,在 $\sigma=20$ 时,本文算法的PSNR比其他两种算法都提高了1.0 dB和1.2 dB,结构相似度(SSIM)比其他算法分别提高了0.0173、0.0332。在其他噪声标准差下本文算法无论峰值信噪比还是结构相似度都优于其他算法。

为了从视觉效果验证本文算法对图像的改善,给出了图2在 $\sigma=20$ 时的各种算法的去噪结果,从图中我们可以看出,本文方法在去噪的同时很好的保持了图像的纹理和细节信息,house图像的边缘比较尖锐,而Barbara图像有较多的纹理,通过本文算法很好的保留了这些尖峰和边缘,得到了很好的视觉效果。与LPG-PCA算法相比,本文主要对阈值进行了自适应选取,不仅使弱的边缘细节得到了提取,同时,还避免了将较大的噪声系数误判为图像细节的错误,更好的阈值收缩分离信号和噪声,达到了更好的去噪效果。

#### 4 结束语

主成分分析方法具有着比较优良的性质,如信息损失最少,主成分之间互不相关,均方误差最小等等,

本文在文献[12]的基础上,利用图像的局部相似性,基于主成分分析给出了一种图像自适应阈值的去噪方法,主成分这些好的性质应用到对图像的处理当中能有效去除图像的高斯白噪声,并同时能很好的保持边缘等的细节信息,更好的保留了图像的结构,有效的改善了图像的视觉效果。由于本文要对各个像素点在PCA域进行自适应选取阈值,所以计算量相对较大,所需的时间也较长,因此如何能找到一种PCA域的快速算法是今后研究的一个方向。

#### 参考文献:

- [1] R C Gonzalez, R E Woods. *Digital Image Processing*[M]. seconded, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 2002.
- [2] Donoho D L. De-noising by soft-thresholding[J]. *IEEE Trans. on Information Theory*, 1995, **41**(3): 613-627.
- [3] Chang S G, Yu B, Vetterli M. Adaptive wavelets thresholding for image denoising and compression[J]. *IEEE Trans. on Image Processing*, 2000, **9**(9): 1532-1546.
- [4] Shensa M J. The discrete wavelet transform: wedding the à trous and mallat algorithms[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1992, **40**(10): 2464-2482.
- [5] J L Starck, E J Candès, D L Donoho. The curvelet transform for image denoising[J]. *IEEE Transaction on Image Processing*, 2002, **11**(6): 670-684.

(下转第319页)

- application to stereo vision[C]//Proc. Int'l Joint Conf. Artificial Intelligence, 1981: 674-679.
- [4] 唐耀飞, 李杰. 基于模板相关匹配的红外目标跟踪 FPGA 算法实现[J]. 红外技术, 2012, 34(3): 173-176.
- [5] 张坤华, 王敬儒, 张启衡. 复杂背景下扩展目标的分割算法研究[J]. 红外与毫米波学报, 2002, 21(3): 233-237.
- [6] Iain Matthews, Takahiro Ishikawa, Simon Baker. The template update problem[J]. IEEE Transactions on PAMI, 2004, 26(6): 810-815.
- [7] Toshimitsu Kaneko, Osamu Hori. Template update criterion for template matching of Image sequences[C]//Proc. 16th International Conference. Pattern Recognition, 2002: 1-5.
- [8] David Lowe. Distinctive image features from scale-invariant keypoints[J]. International journal of computer vision, 2004, 60(2): 91-110.
- [9] 曾峦, 王元钦, 谭久彬. 改进的 SIFT 特征提取和匹配算法[J]. 光学精密工程, 2011, 19(6): 1391-1397.
- [10] 王世亮, 杨帆, 张志伟, 等. 基于目标红外特征与 SIFT 特征相结合的目标识别算法[J]. 红外技术, 2012, 34(9): 503-507.

(上接第 303 页)

- [4] Doo Hyun Choi, Ick Hoon Jang. Color image enhancement using single-scale retinex based on an improved image formation model[C]//16th European Signal Processing Conference, 2008: 1-5.
- [5] 张凯, 裴溯, 王霞. 水下彩色图像的亮度通道多尺度 Retinex 增强算法[J]. 红外技术, 2012, 33(11): 630-634.
- [6] He Kaiming, Sun Jian, Tang Xiaoou. Single image haze removal using dark channel prior[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2011, 33(12): 2341-2353.
- [7] 康怀祺, 陈宝国. 基于分形的改进 Otsu 红外图像分割算法[J]. 红外技术, 2009, 30(6): 359-361.
- [8] 朱齐丹, 荆丽秋, 毕荣生, 等. 最小误差阈值分割法的改进算法[J]. 光电工程, 2010, 37(007): 107-113.
- [9] 刘新妹. 基于指纹识别的规则纹理图像识别技术研究[D]. 太原: 中北大学, 2008.
- [10] 陈果. 图像阈值分割的 Fisher 准则函数法[J]. 仪器仪表学报, 2003, 24(6): 564-567.
- [11] Ancuti C O, Ancuti C, Hermans C, et al. A fast semi-inverse approach to detect and remove the haze from a single image[M]//Computer Vision-ACCV 2010, Springer Berlin Heidelberg, 2011: 501-514.

(上接第 314 页)

- [6] G Y Chen, B Kegl. Image denoising with complex ridgelets[J]. Pattern Recognition, 2007, 40(2): 578-585.
- [7] M Elad, M Aharon. Image denoising via sparse and redundant representation over learned dictionaries[J]. IEEE Transaction on image processing, 2006, 15(12): 3736-3745.
- [8] M Aharon, M Elad, A M Bruckstein. The K-SVD:an algorithm for designing of overcomplete dictionaries for sparse representation[J]. IEEE Transaction on Signal Processing, 2006, 54(11): 4311-4322.
- [9] D D Muresan, T W Parks. Adaptive principal components and image denoising[C]//Proceedings of the 2003 International Conference on Image Processing, 2003: 1101-1104.
- [10] 芮挺, 王金岩, 沈春林, 等. 基于 PCA 的图像小波去噪方法[J]. 小型微型计算机系统, 2006, 27(1): 158-161.
- [11] L Zhang, P Bao, X Wu. Multiscale LMMSE-based image denoising with optimal wavelet selection[J]. IEEE Transaction on Circuits and Systems for Video Technology, 2005, 15(4): 469-481.
- [12] Zhang Lei, Dong Weisheng, Zhang David. Two-stage image denoising by principal component analysis with local pixel grouping[J]. Pattern Recognition, 2010, 43(1): 1531-1549.
- [13] Z Wang, A C Bovik, H R sheikh, et al. Image quality assessment: from error visibility to structural similarity[J]. IEEE Transaction on image processing, 2004, 13(4):600-612.
- [14] 董鸿燕, 杨卫平, 沈振康. 基于 Contourlet 变换的自适应图像去噪方法[J]. 红外技术, 2006, 28(9):553-556.
- [15] 马丽红, 龚资平. 频率与方向敏感 SSIM 的图像质量评价方法[J]. 计算机工程, 2010, 38(5): 19-24.